

1. Schwerpunkt: Matrizenrechnung

- 1.1 Untersuchen Sie, für welche Werte p die Matrix $C=A \cdot B$ eine Inverse Matrix besitzt!

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 4 & p \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

- 1.2 Man gebe das Gleichungssystem $x + y = a$ (I)
 $x - y = b$ (II)

in Matrixschreibweise mit einer Koeffizientenmatrix A an!

Man löse es mit dem Gauß-Algorithmus nach x und y auf und gebe das Ergebnis ebenfalls in Matrixschreibweise mit einer Koeffizientenmatrix B an!

Zeigen Sie, dass A und B zueinander inverse Matrizen sind!

Für welche Wahl der Konstanten a , b ist das gegebene Gleichungssystem eindeutig lösbar, unlösbar bzw. besitzt unendlich viel Lösungen?

- 1.3 Gegeben sind die Matrizen A , B , C mit :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ p & 2 & 3 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} p & 0 \\ 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 4 & -1 & -2 \\ p & 3 & 5 \\ -3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- a) Bestimmen Sie den Typ der Matrizen A , B , B^T und C !
b) Berechnen Sie die Produkte AB und $B^T A^T$!
c) Welche Matrix X erfüllt die Gleichung $2A + X = 4C$?

- 1.4. Stellen Sie die nachfolgende Matrixgleichung

$$\begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \end{pmatrix} \quad \text{nach dem Lösungsvektor } \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \text{ um und bestimmen}$$

Sie die Werte von a und b mit Hilfe der inversen Koeffizientenmatrix.

1.5 Gegeben ist ein lineares Gleichungssystem: $2x + 3y = -7$
 $4x - y = 25$

- a) Schreiben Sie dieses Gleichungssystem in Matrizenform.
- b) Stellen Sie die Matrixgleichung nach dem Spaltenvektor der gesuchten Variablen um, und bestimmen Sie die Werte von x und y mit Hilfe der inversen Matrix.

(Die inverse Matrix kann mit dem Gauss-Jordan-Verfahren oder auch über Adjunkten erfolgen - in jedem Fall ist ihre Berechnung ausführlich durchzuführen !)

1.6 Lösen Sie folgendes Gleichungssystem mit der inversen Matrix

$$x + 2y = 1$$

$$x - 3y + 4z = 3$$

$$x + y + z = 2$$

Die inverse Matrix ist ausführlich mit dem Gauss-Jordan-Verfahren zu berechnen !