

## 1. Schwerpunkt: Matrizenrechnung

1.1 Untersuchen Sie, für welche Werte  $p$  die Matrix  $C=A*B$  eine Inverse Matrix besitzt!

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 4 & p \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

1.2 Man gebe das Gleichungssystem

$$\begin{aligned} x + y &= a & \text{(I)} \\ x - y &= b & \text{(II)} \end{aligned}$$

in Matrixschreibweise mit einer Koeffizientenmatrix  $A$  an!  
Man löse es mit dem Gauß-Algorithmus nach  $x$  und  $y$  auf und gebe das Ergebnis ebenfalls in Matrixschreibweise mit einer Koeffizientenmatrix  $B$  an!  
Zeigen Sie, dass  $A$  und  $B$  zueinander inverse Matrizen sind!  
Für welche Wahl der Konstanten  $a$ ,  $b$  ist das gegebene Gleichungssystem eindeutig lösbar, unlösbar bzw. besitzt unendlich viel Lösungen?

1.3 Gegeben sind die Matrizen  $A$ ,  $B$ ,  $C$  mit :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ p & 2 & 3 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} p & 0 \\ 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 4 & -1 & -2 \\ p & 3 & 5 \\ -3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- Bestimmen Sie den Typ der Matrizen  $A$ ,  $B$ ,  $B^T$  und  $C$  !
- Berechnen Sie die Produkte  $AB$  und  $B^T A^T$  !
- Welche Matrix  $X$  erfüllt die Gleichung  $2A + X = 4C$  ?

1.4. Stellen Sie die nachfolgende Matrixgleichung

$$\begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \end{pmatrix} \quad \text{nach dem Lösungsvektor } \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \text{ um}$$

und bestimmen Sie die Werte von  $a$  und  $b$  mit Hilfe der inversen Koeffizientenmatrix.

1.5 Gegeben ist ein lineares Gleichungssystem:

$$2x + 3y = -7 \quad (\text{I})$$

$$4x - y = 25 \quad (\text{II})$$

- a) Schreiben Sie dieses Gleichungssystem in Matrizenform.
- b) Stellen Sie die Matrixgleichung nach dem Spaltenvektor der gesuchten Variablen um, und bestimmen Sie die Werte von  $x$  und  $y$  mit Hilfe der inversen Matrix.

(Die inverse Matrix kann mit dem Gauss-Jordan-Verfahren oder auch über Adjunkten erfolgen - in jedem Fall ist ihre Berechnung ausführlich durchzuführen !)

1.6 Lösen Sie folgendes Gleichungssystem mit der inversen Matrix

$$x + 2y = 1 \quad (\text{I})$$

$$x - 3y + 4z = 3 \quad (\text{II})$$

$$x + y + z = 2 \quad (\text{III})$$

Die inverse Matrix ist ausführlich mit dem Gauss-Jordan-Verfahren zu berechnen !