Wahrscheinlichkeitsrechnung (Kapitel 1)

Grundbegriffe:

P	Wahrscheinlichkeit
$P(A)$	Wahrscheinlichkeit des Eintretens von Ereignis A
$A \wedge B$	A und B, Berechnung von „und“ erfolgt durch Multiplikation
$A \vee B$	A oder B Berechnung von „oder“ erfolgt durch Addition
$P(A \wedge B)$	Wahrscheinlichkeit des Eintretens von Ereignis A und B
$P(A \vee B)$	Wahrscheinlichkeit des Eintretens von Ereignis A oder B
$P(A/B)$	Wahrscheinlichkeit des Eintretens von Ereignis A unter der Bedingung, dass B bereits eingetreten ist
$\bar{A}$	Gegenereignis zu Ereignis A
$P(\bar{A})$	Gegenwahrscheinlichkeit zu Ereignis A

Formelsammlung: S. 44 – 45

Übungsaufgaben:

(1) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit mit einem Würfel mit 2 Würfen

a) zweimal eine Sechs,

<u>Gegeben:</u>

X_1: Der erste Wurf ist eine „6“. $\quad P(X_1)=\frac{1}{6}$

X_2: Der zweite Wurf ist eine „6“. $\quad P(X_2)=\frac{1}{6}$

<u>Gesucht:</u>

$P(X_1 \wedge X_2)$ Beide Male eine „6“ zu würfeln.

<u>Lösung:</u>

$P(X_1 \wedge X_2) = P(X_1) * P(X_2)$ FS S.45 Multiplikationssatz

$P(X_1 \wedge X_2) = (\frac{1}{6}) * (\frac{1}{6})$

$P(X_1 \wedge X_2) = \frac{1}{36}$

$P(X_1 \wedge X_2) = 2{,}78\,\%$

b) eine gerade und eine ungerade Zahl zu werfen?

<u>Gegeben:</u>

Y_1: Der erste Wurf ist eine gerade Zahl (2,4,6). $P(X_1) = \frac{3}{6}$

Y_2: Der zweite Wurf ist eine gerade Zahl (2,4,6). $P(X_2) = \frac{3}{6}$

$\bar{Y}_1$: Der erste Wurf ist eine ungerade Zahl (1,3,5). $P(\bar{Y}_1) = 1 - Y_1 = \frac{3}{6}$

$\bar{Y}_2$: Der zweite Wurf ist eine ungerade Zahl (1,3,5). $P(\bar{Y}_2) = 1 - Y_2 = \frac{3}{6}$

<u>Gesucht:</u>

$P(Y_1 \wedge \bar{Y}_2 \vee \bar{Y}_1 \wedge Y_2)$ Der erste Wurf ist eine gerade Zahl und der zweite Wurf eine ungerade oder der Wurf ist eine ungerade Zahl und der zweite eine gerade.

<u>Lösung:</u>

$P(Y_1 \wedge \bar{Y}_2 \vee \bar{Y}_1 \wedge Y_2) = P(Y_1) * P(\bar{Y}_2) + P(\bar{Y}_1) * P(Y_2)$ FS S.45 Multiplikationssatz

FS S.45 Additionssatz

$P(Y_1 \wedge \bar{Y}_2 \vee \bar{Y}_1 \wedge Y_2) = (\frac{3}{6}) * (\frac{3}{6}) + (\frac{3}{6}) * (\frac{3}{6})$

$P(X_1 \wedge X_2) = \frac{1}{2}$

$P(X_1 \wedge X_2) = 50\,\%$

(2) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit mit einem Würfel folgende Augenzahlen zu werfen?

a)	1 oder 6	d)	höchstens 5
b)	weder 3 noch 4	e)	weniger als 3
c)	mindestens 4	f)	mehr als 2

a) $P(1 \vee 6) = 33{,}3\,\%$
b) $P(1 \vee 2 \vee 5 \vee 6) = 66{,}67\,\%$
c) $P(4 \vee 5 \vee 6) = 50\,\%$
d) $P(1 \vee 2 \vee 3 \vee 4 \vee 5) = 1 - P(6) = 83{,}3\,\%$
e) $P(1 \vee 2) = 33{,}3\,\%$
f) $P(3 \vee 4 \vee 5 \vee 6) = 1 - P(1 \vee 2) = 66{,}67\,\%$

(3) Bei einem Auto fällt innerhalb einer Woche die Batterie mit einer Wahrscheinlichkeit von 20%, die Bremsen mit 10% und der Antrieb mit 15% aus.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass alles funktioniert?

$P(\bar{A} \wedge \bar{B} \wedge \bar{C}) = 61{,}2\,\%$

A...Batterie fällt aus
B...Bremsen fallen aus
C...Antrieb fällt aus

(4) Ein Jäger hat bei seiner Auswahl nach dem richtigen Jagdgebiet drei verschiedene Wälder zur Auswahl, die er gepachtet hat. Da er keine besonderen Präferenzen für einen der Wälder hat, entscheidet er sich zwischen den einzelnen Wäldern per Los. Bei den einzelnen Wäldern bestehen jedoch unterschiedliche Wahrscheinlichkeiten etwas zu schießen. Die Wahrscheinlichkeit, dass ihm etwas vor die Flinte läuft, beträgt bei Wald A 2/3, bei Wald B 75% und bei Wald C 4/5. Da seine Frau wissen möchte ob sie heute noch ein Wildschwein schlachten muss oder nicht, hat der Jägermann den Auftrag seinen Abschuss umgehend seiner Frau mitzuteilen.

Heute war der Jäger wieder einmal auf der Jagd und teilt seiner Frau wenig später mit, dass er etwas erlegt hat.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er sein Opfer in Wald B niedergestreckt hat?

<u>Gegeben:</u>

$P(A) = 33{,}3\,\%$	Wahrscheinlichkeit, dass er in Wald A jagen geht.
$P(B) = 33{,}3\,\%$	Wahrscheinlichkeit, dass er in Wald B jagen geht.
$P(C) = 33{,}3\,\%$	Wahrscheinlichkeit, dass er in Wald C jagen geht.
$P(T/A) = 66{,}67\,\%$	Wahrscheinlichkeit, dass er etwas erlegt, wenn er in Wald A jagt.
$P(T/B) = 75\,\%$	Wahrscheinlichkeit, dass er etwas erlegt, wenn er in Wald B jagt.
$P(T/C) = 80\,\%$	Wahrscheinlichkeit, dass er etwas erlegt, wenn er in Wald A jagt.

<u>Gesucht:</u>

$P(B/T) = ?$

<u>Lösung:</u>

$$P(B/T) = \frac{(P(B \wedge T))}{(P(T))}$$

FS S.45 Bedingte Wahrscheinlichkeit

$P(T)=P(A)\wedge P(T/A)\vee P(B)\wedge P(T/B)\vee P(C)\wedge P(T/C)$

FS. S.45 Totale Wahrscheinlichkeit

$P(T)=33{,}3\%*66{,}67\%+33{,}3\%*75\%+33{,}3\%*80\%$

$P(M)=73{,}89\%$

$P(B\wedge T)=P(B)\wedge P(T/B)$ FS. S.45 Multiplikationssatz

$P(B\wedge M)=33{,}3\%*75\%$

$P(B\wedge M)=25\%$

$P(B/M)=\frac{(P(B\wedge M))}{(P(M))}$ FS S.45 Bedingte Wahrscheinlichkeit

$P(B/M)=\frac{(25\%)}{(73{,}89\%)}$

$P(B/M)=33{,}83\%$

(3) In einer bestimmten Gruppe von Studenten sind 4% der Männer und 1% der Frauen größer als 1,90 m. Ferner sind 60% der Studenten weiblichen Geschlechts. Zufällig wird unter den Studenten eine Person ausgewählt. Dies ist größer als 1,90 m.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Person weiblich ist?

$P(W/G)=27{,}27\%$ W...weiblich
G...größer als 1,90 m

(4) Weitere Übungsaufgaben:

Weitere Übungsaufgaben zu diesem Kapitel sind erhältlich im „share“-Ordner der Fakultät Wirtschaft im Unterordner „Statistik“, sowie meist die erste Aufgabe der während des Tutoriums ausgegebenen alten Klausuren.

Mit Blick auf die Klausur wäre es hilfreich die Aufgaben der ausgegebenen Klausuren zu üben sowie bei den Übungsaufgaben speziell die nachfolgenden.

Aufgaben 9, 10, 17, 25, 26, 27