

Winkelfunktionen

Der Verlauf von Sinus-, Kosinus-, Tangens- und Kotangens-Funktion sowie ihrer Umkehrfunktionen wird als bekannt vorausgesetzt! Folgende wichtige Werte im Grad- und Bogenmaß sollen ohne Taschenrechner reproduzierbar sein:

α / Grad	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\tan \alpha$	$\cot \alpha$	α / rad
0°	0	1	0	-	0
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$	$\frac{\pi}{6}$
45°	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	1	1	$\frac{\pi}{4}$
60°	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	$\frac{\pi}{3}$
90°	1	0	-	0	$\frac{\pi}{2}$
120°	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$-\frac{1}{2}$	$-\sqrt{3}$	$-\frac{1}{3}\sqrt{3}$	$\frac{2\pi}{3}$
135°	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	-1	-1	$\frac{3\pi}{4}$
150°	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$-\frac{1}{3}\sqrt{3}$	$-\sqrt{3}$	$\frac{5\pi}{6}$
180°	0	-1	0	-	π
210°	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$	$\frac{7\pi}{6}$
225°	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	1	1	$\frac{5\pi}{4}$
240°	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$-\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	$\frac{4\pi}{3}$
270°	-1	0	-	0	$\frac{3\pi}{2}$
300°	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$	$-\sqrt{3}$	$-\frac{1}{3}\sqrt{3}$	$\frac{5\pi}{3}$
315°	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	-1	-1	$\frac{7\pi}{4}$
330°	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$-\frac{1}{3}\sqrt{3}$	$-\sqrt{3}$	$\frac{11\pi}{6}$

Wichtige Beziehungen

Gleichungen mit Winkelfunktionen erfordern meistens, dass man zunächst einmal die vorhandenen ggf. unterschiedlichen Winkelfunktionen auf eine einzige Winkelfunktion eines Winkels zurückführt. Die einfachsten Beziehungen lauten:

$$\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$$

$$\cot(x) = \frac{\cos(x)}{\sin(x)} = \frac{1}{\tan(x)}$$

$$\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$$

Für die Summe bzw. Differenz zweier Winkel gibt es weiterhin die sogenannten **Additionstheoreme**, die man sich für sin und cos einprägen sollte:

Summe: $\sin(x + y) = \sin(x)\cos(y) + \sin(y)\cos(x)$
 $\cos(x + y) = \cos(x)\cos(y) - \sin(x)\sin(y)$

Differenz: $\sin(x - y) = \sin(x)\cos(y) - \sin(y)\cos(x)$
 $\cos(x - y) = \cos(x)\cos(y) + \sin(x)\sin(y)$

Die Additionstheoreme für die Summe liefern mit $x = y$ weiterhin:

$$\sin(2x) = 2\sin(x)\cos(x)$$

$$\cos(2x) = \cos^2(x) - \sin^2(x) = 2\cos^2(x) - 1 = 1 - 2\sin^2(x)$$

Weitere Additionstheoreme lassen sich in den gängigen Formelsammlungen (z.B. Papula) nachlesen.