

### Prüfungsvorbereitung: Beispielklausur Mathematik 3

1. Berechnen Sie das zweifache Integral über das rechteckige Gebiet G mit

$$x \in [1; 2] \quad y \in [0; \pi] \quad \iint_G x \cdot \sin(y) dx dy$$

2. Gegeben ist die Funktion  $y(t) = e^{2t}$  im Intervall  $[0; 0,5]$ .  
2.1 Berechnen Sie den **integralen Mittelwert** in diesem Intervall !  
2.2 Denken Sie sich diese Funktion periodisch mit  $T = 0,5$  fortgesetzt und bestimmen Sie für diesen Fall den **Effektivwert**.
3. Man bestimme die allgemeine Lösung der Differentialgleichung mit Hilfe des  $\lambda$ -Ansatzes und einem geeigneten Ansatz für die partikuläre Lösung :

$$y'' + 10y' + 34y = \sin(x)$$

#### 4. Aufgabe : Laplace-Transformation

- 4.1 Transformieren Sie unter Verwendung von Korrespondenztabelle folgende Funktionen vom Zeit- in den Bildbereich:

a)  $f(t) = 4e^{-t}$       b)  $f(t) = t \cdot e^{-5t}$       c)  $f(t) = 5 \cos(8t)$

- 4.2 Transformieren Sie unter Verwendung von Korrespondenztabelle die Bildfunktionen in den Zeitbereich:

d)  $F(s) = \frac{5}{s^2 + 9}$       e)  $F(s) = \frac{8}{s^2 + 4s + 53}$       f)  $F(s) = \frac{5}{(s-5)^3}$

- 4.3 Lösen Sie die nachfolgende Anfangswertaufgabe mit Hilfe der Laplacetransformation :

$$\ddot{x} + 5\dot{x} + 6x = t \quad x(0) = 1; \dot{x}(0) = 2$$

5. Aufgabe: Man löse die inhomogene Differentialgleichung mittels Variation der Konstanten:  $y' - 2y = x e^{2x}$

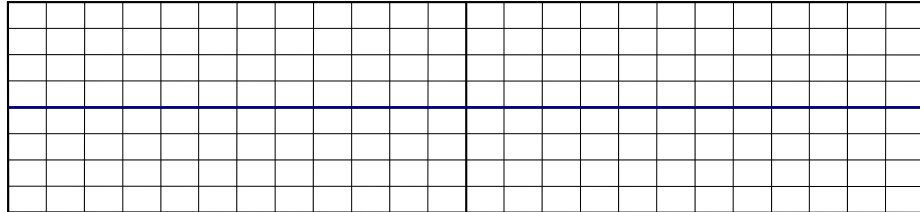
## 6. Aufgabe: Fourier - Reihen

6.1 Gegeben sind 3 Funktionen  $y = f(t)$  mit der Periodendauer  $T = 2\pi$  durch einen nur im Intervall  $[-\pi; \pi]$  zutreffenden Ausdruck. Fertigen Sie von allen drei Funktionen eine Skizze für den Bereich  $t \in [-3\pi; 3\pi]$  an :

a)  $y = |t| + t$

in  $[-\pi; \pi]$

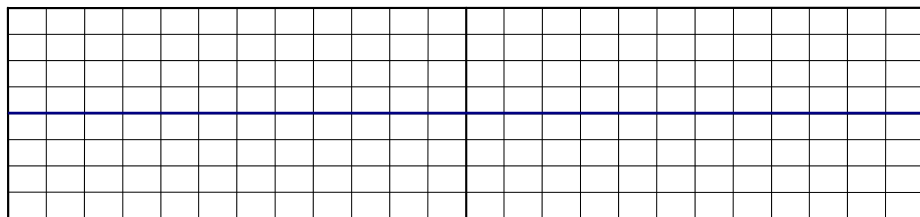
$T = 2\pi$



b)  $y = t^2$

in  $[-\pi; \pi]$

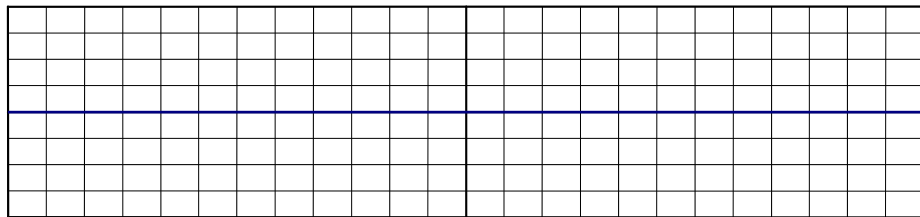
$T = 2\pi$



c)  $y = \sin\left(\frac{t}{2}\right)$

in  $[-\pi; \pi]$

$T = 2\pi$



6.2 Bestimmen Sie für alle drei Funktionen den **Gleichanteil**  $a_0/2$  und tragen ihn in die Tabelle ein. Untersuchen Sie, ob die Koeffizienten der reellen Fourierreihe  $a_n$  (cos - Anteile) bzw.  $b_n$  (sin - Anteile) **Null** sind, und vermerken das in der nachfolgenden Tabelle durch **ja** oder **nein** .

Funktion in $[-\pi; \pi]$	$\frac{a_0}{2} = ?$	alle $a_1, a_2, \dots = 0 ?$	alle $b_1, b_2, \dots = 0 ?$
a) $y =  t  + t$			
b) $y = t^2$			
c) $y = \sin\left(\frac{t}{2}\right)$			

6.3 Berechnen Sie für die **unter a)** gegebene Funktion die Koeffizienten  $a_2$  und  $b_2$  der **reellen Fourierreihe** für die **2. Harmonische** ( $n = 2$ ). Berechnen Sie aus  $a_2$  und  $b_2$  auch die Koeffizienten  $A_2$  und  $\phi_2$  des Amplituden- und Phasenspektrums.