

## 2. Laplacetransformation

**Aufgabe 2.1** Nachfolgend für  $t \geq 0$  definierte Funktionen haben für  $t < 0$  den Funktionswert  $f(t) = 0$ . Transformieren Sie mit der Tabelle in den Bildbereich der Laplace-Transformation!

2.1.1.  $f(t) = 4e^{-3t}$

2.1.2.  $f(t) = 1 + 2t + t^2$

2.1.3.  $f(t) = (1 + 2t + t^2)e^{-2t}$

2.1.4.  $f(t) = e^t + e^{-t}$

2.1.5.  $f(t) = \frac{1}{2}(e^t - e^{-t})$

2.1.6.  $f(t) = \sin(2t) + 3\cos(2t)$

2.1.7.  $f(t) = e^{-4t}[\sin(2t) + 3\cos(2t)]$

**Aufgabe 2.2** Berechnen Sie die Bildfunktion unter Verwendung des Integrals, welches die Laplace-Transformation definiert.

2.2.1.  $f(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 2 & 0 \leq t \leq 2\pi \\ 2\cos(3t) & 2\pi < t \end{cases}$

2.2.2.  $f(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ A & 0 \leq t \leq 3 \\ Ae^{-(t-3)} & 3 < t \end{cases}$

**Aufgabe 2.3** Transformieren Sie mit der Tabelle der Laplace-Korrespondenzen vom Bild- in den Zeitbereich. Falls nötig, zerlegen Sie die Ausdrücke zunächst in Partialbrüche.

2.3.1.  $F(s) = \frac{1}{s+2}$

2.3.2.  $F(s) = \frac{5}{s+2}$

2.3.3.  $F(s) = \frac{2}{s^2 - 4}$

2.3.4.  $F(s) = \frac{2}{s^2 + 4}$

2.3.5.  $F(s) = \frac{s}{s^2 + 4}$

2.3.6.  $F(s) = \frac{s}{s^2 - 4}$

2.3.7.  $F(s) = \frac{1}{(s+2)^2}$

2.3.8.  $F(s) = \frac{s}{(s+2)^2}$

2.3.9.  $F(s) = \frac{1}{(s+5)^3}$

2.3.10.  $F(s) = \frac{s}{(s+5)^3}$

3.11.  $F(s) = \frac{s^2}{(s+5)^3}$

3.12.  $F(s) = \frac{1}{s^2 + 6s + 13}$

2.3.13.  $F(s) = \frac{s}{s^2 + 6s + 13}$

2.3.14.  $F(s) = \frac{s+1}{s^2 + 6s + 13}$

**Aufgabe 2.4** Führen Sie die Partialbruchzerlegung durch und transformieren Sie danach in den Zeitbereich.

$$2.4.1. F(s) = \frac{1}{s(s+1)} \quad 2.4.2. F(s) = \frac{s+2}{(s-2)(s+3)} \quad 2.4.3. F(s) = \frac{s}{(s+1)(s+2)^2}$$

$$2.4.4. F(s) = \frac{s}{(s+1)(s^2+2)} \quad 2.4.5. F(s) = \frac{2s+3}{(s-1)(s^2+4s+29)}$$

**Aufgabe 2.5** Lösen Sie folgende Anfangswertaufgaben mit der Laplace-Transformation.

$$2.5.1. \ddot{x} - 4\dot{x} - 5x = 0; \quad x(0) = 1, \dot{x}(0) = -2$$

$$2.5.2. \ddot{x} - 4\dot{x} - 5x = 0; \quad x(0) = 0, \dot{x}(0) = 0$$

$$2.5.3. \ddot{x} - 4\dot{x} - 5x = 3e^{2t}; \quad x(0) = 0, \dot{x}(0) = 0$$

$$2.5.4. \ddot{x} - 4\dot{x} - 5x = \sin(3t); \quad x(0) = 0, \dot{x}(0) = 0$$

$$2.5.5. \ddot{x} - 4\dot{x} - 5x = \cos(4t); \quad x(0) = 0, \dot{x}(0) = 0$$

$$2.5.6. \ddot{x} - 4\dot{x} - 5x = 7; \quad x(0) = 0, \dot{x}(0) = 0$$

$$2.5.7. \ddot{x} - 4\dot{x} - 5x = t^2; \quad x(0) = 0, \dot{x}(0) = 0$$

$$2.5.8. \ddot{x} - 4\dot{x} + 40x = \sin(t); \quad x(0) = 0, \dot{x}(0) = 0$$

$$2.5.9. \dot{y} + 3y = 2t + 4e^{-t}; \quad y(0) = 0, \dot{y}(0) = 0$$

$$2.5.10. \dot{y} + 3y = \sin(2t); \quad y(0) = 1, \dot{y}(0) = 0$$

$$2.5.11*. \ddot{y} + \dot{y} + y - 14y = t; \quad y(0) = \dot{y}(0) = \ddot{y}(0) = 0$$

**Aufgabe 2.6** Transformieren Sie in den Zeitbereich unter Verwendung der Faltungsregel!

$$2.6.1. F(s) = \frac{1}{s^3 + 4s} \quad 2.6.2. F(s) = \frac{1}{(s+2)(s+3)^2}$$