Grundbegriffe der Elektrotechnik

Inhaltsverzeichnis

1 Die elektrische Ladung Q

Die elektrische Größe *Q[As]* lässt sich bis heute nicht erklären. Stattdessen können Trägern von Ladungen *Eigenschaften* zugeordnet werden:

- Ladungsträger beeinflussen sich gegenseitig:

  > Betrachtet man geladene Objekte, stellt man fest, dass sie sich entweder anziehen, oder abstoßen. Das heißt, dass Ladungen eine Kraft aufeinander ausüben, die unterschiedlich ausfallen kann. Ladungen unterscheiden sich demnach *fundamental* von Massen.

- Ladungen treten *polarisiert* auf:

Man unterscheidet positiv und negativ geladene Teilchen *willkürlich*, da gleiche Ladungen sich abstoßen, unterschiedliche Ladungen sich anziehen. Es gilt das Coulombsche Gesetz:

$$\vec{F_c} = \frac{1}{4 * \pi * \epsilon_0} * \frac{Q_1 * Q_2}{r^2} * \vec{e_r} \tag{1}$$

- Ladungen können weder vernichtet noch erzeugt werden:

  Analog zum Energieerhaltungssatz, der ebenfalls mathematisch nicht bewiesen werden kann, ist die Summe aller gewichteter Ladungen konstant. Diese Konstante ist *vermutlich* 0. Es gilt:

  $$\sum Q_i = const. \tag{2}$$

  (sog. Ladungserhaltungssatz)

2 Die elektrische Spannung

2.1 Die elektrische Feldstärke $\vec{E}$

Nach dem Coulombschen Gesetz gilt: $\vec{F_c} = \frac{1}{4 * \pi * \epsilon_0} * \frac{Q_1 * Q_2}{r^2} * \vec{e_r}$. Diese Formel ist denkbar unhandlich, da nur zwei Ladungen untereinander in Beziehung gestellt werden können. Soll die Beeinflussung durch mehrere Teilchen mit Hilfe des Gesetzes beschrieben werden, ist die Berechnung schwierig. Stattdessen verwendet man die *elektrische Feldstärke* $\vec{E}$ durch folgende Normierung:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F_c}}{Q_{norm}} \tag{3}$$

Hierbei ist Q_{norm} eine unendlich kleine Ladung, die ihrerseits das el. Feld nicht beeinflusst. Durch die Normierung auf Q_{norm} erhält die el. Feldstärke zwei Eigenschaften:

- Das Feld *einer* Ladung kann unabhängig von den Feldern anderer Ladungen betrachtet werden:

  Aus der Vektorrechnung ist bekannt, dass sich die wirksame Gesamtkraft an einem Punkt durch die Addition aller Teilkräfte an diesem Punkt berechnen lässt, sofern alle Teilkräfte *unabhängig* wirksam sind. Es gilt:

$$E_{\vec{Ges}} = \vec{E_1} + \vec{E_2} \cdots = \sum_{i=1}^{\infty} \vec{E_i} \quad (4)$$

Diese Feldstärke wirkt dann auf alle Ladungen, die sich an diesem Punkt befinden.

- Die Einheit von $\vec{E}$ ist $\frac{N}{As}$ oder $\frac{V}{m}$
- Ladungen auf *Äquipotenzialflächen* können ohne Kraftaufwand im el. Feld bewegt werden:

Zweige, an denen eine Spannung ansteht, allerdings kein Bauelement angeschlossen ist, besitzen einen Widerstand $R = \infty$ Betrachtet man das folgende Bild, so erkennt man Linien. Befindet sich eine Ladung auf einer solchen Linie, ist von außen nicht zu unterscheiden, wieviel Energie die Ladung besitzt, wenn man sie auf der Linie bewegt. Dieser Effekt ist bekannt durch das Gravitationsfeld, bei denen auch *Höhenlinien* existieren. Bei beiden Feldern gilt, dass der Verlaufsweg der Äquipotenzialfläche senkrecht zu den Feldstärkevektoren verläuft.

2.2 Das elektrische Potenzial und die elektrische Spannung

Spannt man eine Feder, muss dafür Energie aufgebracht werden. Je größer der Spannweg, und die Federkraft, desto höher ist die hierfür notwendige Energie. Es gilt also: $\vec{F} * \vec{s}$ und allgemein

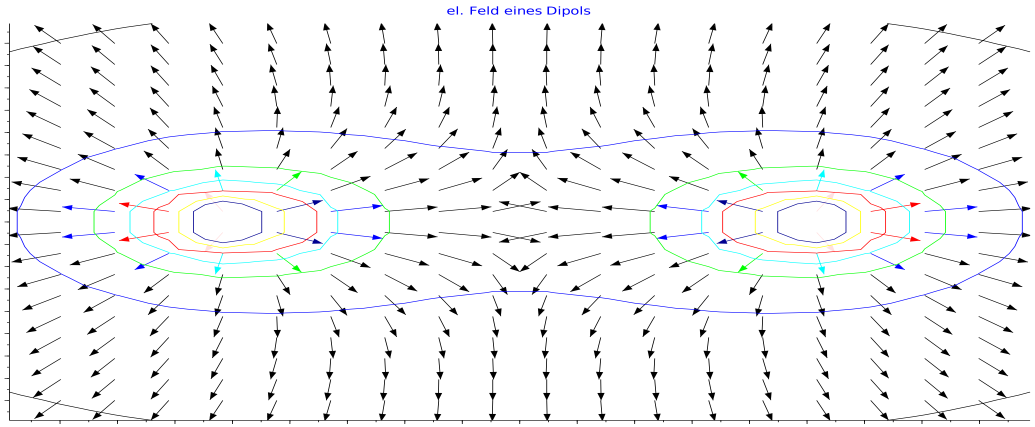
$$\int_{P1}^{P2} \vec{F} * \vec{ds}$$

.

Das selbe gilt auch für Ladungen, die in einem el. Feld bewegt werden sollen.

Es gilt:

$$U = \int_{P1}^{P2} \vec{E} * \vec{ds} = \phi_1 - \phi_2 = \frac{\Delta W_{el}}{Q} \quad (5)$$



Wiederum lassen sich folgende Eigenschaften der el. Spannung U ableiten:

- Die Einheit der Spannung ist $\frac{J}{As}$ oder V/Volt
- Spannungen sind Potenzialdifferenzen

  Betrachtet man ein Objekt auf einem Berg, so kann seine potentielle Energie nur dann festgestellt werden, wenn der Höhenunterschied zum Boden berechnet wird. Die Differenz der *Potenziale* ist entscheidend. Möchte man Ladungen voneinander trennen, muss zunächst Arbeit aufgebracht werden.

3 Der elektrische Strom I

Aus dem Alltag ist bekannt, dass Wasser nur dann fließen kann, wenn ein Gefälle, ein Höhenunterschied zwischen Quelle und Senke besteht. Dieses Gefälle ist also ein *Potenzialunterschied*. Wenn dem Wasser die Möglichkeit gegeben wird, das Gefälle auszugleichen, fließt solange Wasser, bis zwischen Quelle und Senke kein Potenzialunterschied besteht. Für den Wasserfluss selbst ist bekannt, dass je höher das Gefälle und größer der Rohrquerschnitt ist, desto höher ist auch der Wasserfluss.

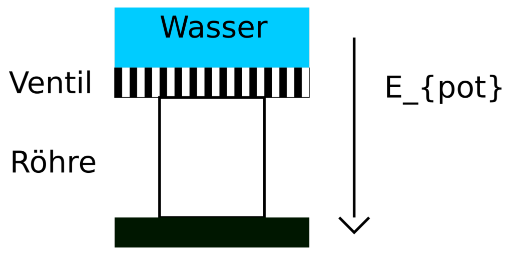


Abbildung 1: Ventil zu

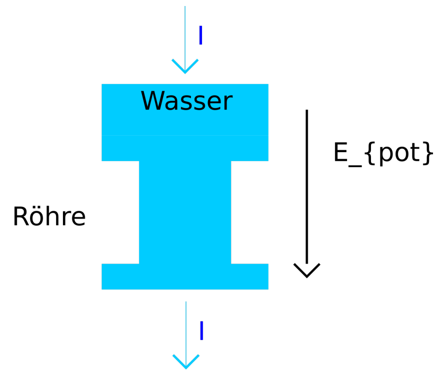


Abbildung 2: Ventil offen

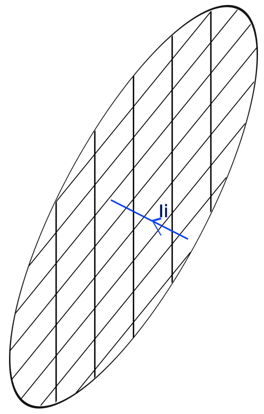
In der Elektrotechnik wird die selbe Analogie verwendet und ein *el. Strom I* mit gleichen Eigenschaften eingeführt:

$$I = \frac{U}{R} \qquad \text{(ohmsches Gesetz)} \tag{6}$$

Der elektrische Strom I gleicht durch *Ladungstransport* die am Widerstand R anliegende Spannung aus.

Neben diesem Gesetz kann aber wie auch bei der Spannung U ein Zusammenhang mit einer el. Feldgröße erstellt werden. Hierzu wieder die

Wasseranalogie: Der Gesamtstrom durch den Querschnitt, setzt sich aus der Summe der Einzelströme I_i zusammen. I_i lässt sich wiederum



durch folgenden Zusammenhang errechnen:

$$I_i = \vec{J}_i * \vec{A}_i$$

Die Größe $\vec{J}$ ist die Stromdichte, d.h. wie groß ein Strom I im Vergleich zur durchflossenen Fläche A ist.

$$\vec{J} = \frac{I}{\vec{A}} \rightarrow I = \vec{J} * \vec{A} \tag{7}$$

Für den el. Strom I lassen sich also folgende Eigenschaften zusammenfassen:

1. Ein Strom I wird solange Ladungen transportieren, bis die Spannung U ausgeglichen ist.
2. Der Strom I wird größer, je mehr Ladungen je Zeitabschnitt transportiert werden. Es gilt:

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

3. Für einen konstanten Stromfluss, müssen kontinuierlich Ladungen getrennt werden!

4 der ohmsche Widerstand R

4.1 die spezifische Leitfähigkeit

Es ist bekannt, dass Holz ein schlechter Leiter ist, wohingegen Kupfer Strom gut leitet. Die hierfür verantwortliche Größe ist die *spezifische Leitfähigkeit* κ.

Definition

$$\kappa = \frac{\vec{J}}{\vec{E}} \qquad \text{bzw.} \qquad \rho = \frac{\vec{E}}{\vec{J}} \tag{8}$$

Die spezifische elektrische Leitfähigkeit κ besagt, dass zu einem bestimmten Stromfluss I am durchflossenen Leiter *eine* Spannung U anliegen muss.

4.2 die Bemessungsgleichung des ohmschen Widerstands

Nach dem ohmschen Gesetz gilt: $R = \frac{U}{I}$

Setzt man für $U = \int \vec{E}d\vec{s}$ und $I = \int \vec{J}d\vec{A}$ ein, und bedenkt außerdem die spezifische Leitfähigkeit, erhält man für den el. Widerstand:

$$R = \frac{\int \vec{E}d\vec{s}}{\int \vec{J}d\vec{A}} = \frac{\rho * \int \vec{J}d\vec{s}}{\int \vec{J}d\vec{A}}$$

Für symmetrische Geometrien:

$$R = \frac{\rho * l}{A} \tag{9}$$

Der ohmsche Widerstand ist eine rein geometrische Eigenschaft des *Raums*[1]. Er gibt die Fähigkeit eines Leiters an, Strom zu leiten.

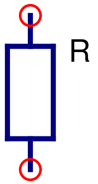


Abbildung 3: Schaltzeichen ohmscher Widerstand

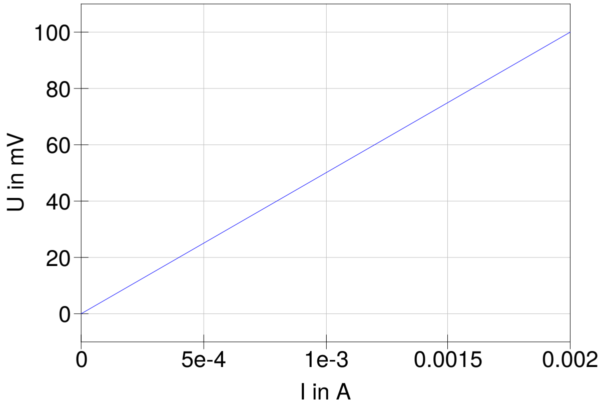
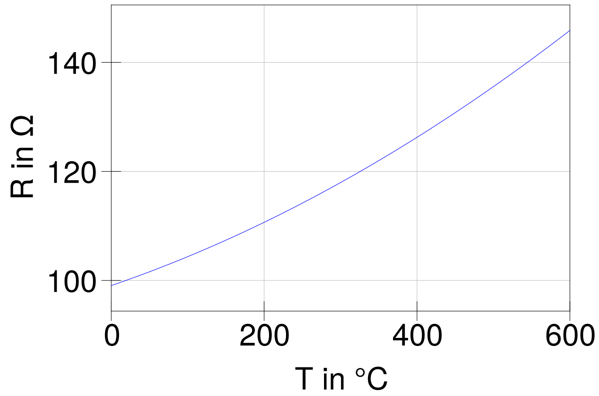


Abbildung 4: URI-Kennlinie

[1] Wenn ρ richtungsabhängig ist, muss die Tensorrechnung angewandt werden.

4.3 temperaturabhängige ohmsche Widerstände

Der Widerstandswert bleibt bei der obigen Kennlinie konstant. In der Realität sind solche Kennlinien jedoch nur Snapshots. Selbst wenn also ein ohmscher Widerstand vorliegt, verändert er sich in der Regel mit der Zeit, und vor allem mit der *Temperatur*. Die zu Grunde liegende Widerstandsveränderung lässt sich folgendermaßen darstellen:



Bis zu einem bestimmten Temperaturbereich ist die Kennlinie nahezu konstant. Erst bei sehr hohen Temperaturen kommt eine weitere Konstante β hinzu. Diese Konstanten sind für jedes Material messtechnisch zu bestimmen. Ist diese Kennlinie, oder die für das Material relevanten Konstanten bekannt, kann anschließend für gesuchte Temperaturen der Widerstandswert errechnet werden.

$$R(T) = R_{20°C} * (1 + \alpha_{20°C} * (T - 20°C) + \beta_{20°C} * (T - 20°C)^2 \cdots) \tag{10}$$

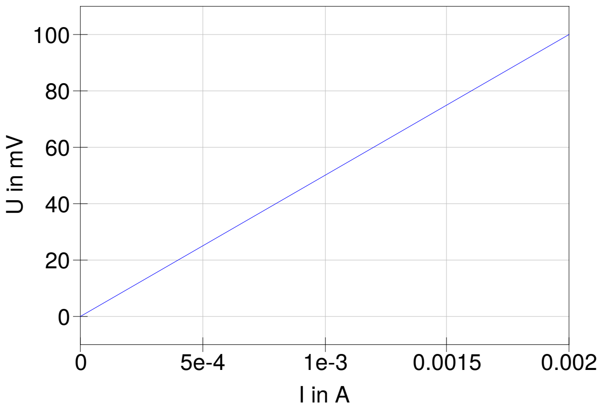
Der hier dargestellte Widerstand besitzt eine <u>P</u>ositive <u>T</u>emperature <u>C</u>oefficient Charakteristik. Es gibt allerdings auch <u>N</u>egative <u>T</u>emperature<u>C</u>oefficient Widerstände, deren Widerstandswert bei höheren Temperaturen sinkt.
<u>Aber:</u>
Temperaturabhängige Widerstände müssen nicht Nicht-Lineare Bauelemente sein! Für jede Temperatur kann schließlich immer ein linearer Zusammenhang zwischen Strom und Spannung festgestellt werden!

4.4 nichtlineare Widerstände

Nichtlineare Widerstände unterscheiden sich von ideal linearen Widerständen dadurch, dass sich der Zusammenhang von Strom und Spannung am Bauelement ändert.

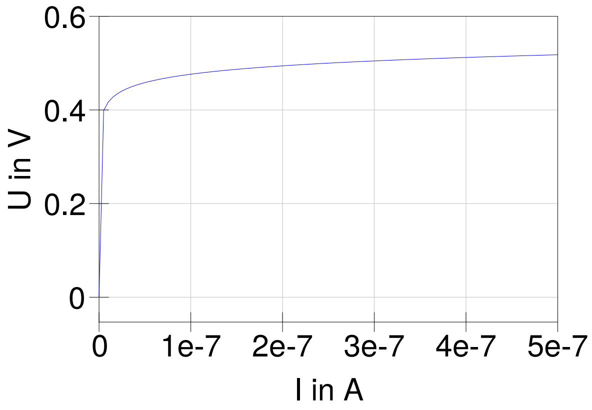
lineare Widerstände

$R = \frac{dU}{dI} = \text{const für alle Wertepaare} = \frac{U}{I}$



nichtlineare Widerstände

$R = \frac{dU}{dI} \neq \text{const für alle Wertepaare}$



Nichtlineare Widerstände können jedoch sehr wohl für sog. Arbeitspunkte *linearisiert* werden. Hierzu muss am Arbeitspunkt eine Tangente an die Kennlinie angelegt werden. Dies entspricht der Berechnung der Steigung an der Stelle des Arbeitspunkts.

$$r(I_0) = \left.\frac{dU}{dI}\right|_{I_0} \tag{11}$$