

Tutorium: GET III

Teil 2: Ströme, Spannungen und Widerstände in RLC-Schaltungen

Claudius Sonntag

03.11.2014

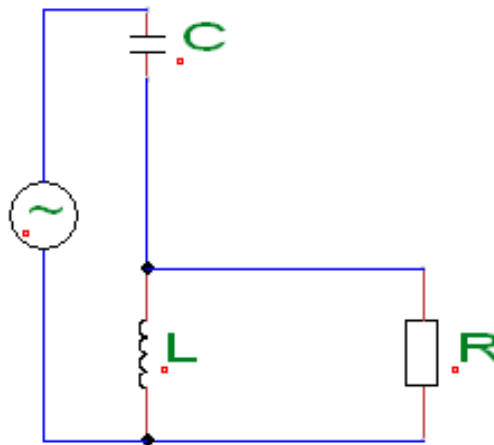
Inhaltsverzeichnis

1	Ströme, Spannungen und Widerstände in RLC-Schaltungen	2
1.1	Beispielaufgabe	2
1.2	Aufgabe 1	5
1.3	Aufgabe 2	6
1.4	Aufgabe 3	7
1.5	Quellen	8

1 Ströme, Spannungen und Widerstände in RLC-Schaltungen

1.1 Beispielaufgabe

Gegeben ist folgende Schaltung mit einer trigonometrischen Wechselspannungsquelle.



Die Bauteile haben folgende Kenndaten.

$$R = 100\Omega$$

$$L = 1H$$

$$C = 30\mu F$$

$$f = 50Hz$$

$$\hat{u} = 325V$$

- Geben Sie $u(t)$ als komplexes, imaginäres und reelles Zeitsignal an
- Geben Sie den Blindwiderstand X_L an.
- Geben Sie den Blindleitwert B_C an.
- Ermitteln Sie die komplexen Amplituden der Ströme \hat{i}_L , \hat{i}_R , und \hat{i}_{ges} mit Hilfe der komplexen Wechselstromrechnung.
- Ermitteln Sie die komplexen Amplituden der Spannungen \hat{u}_C und \hat{u}_{LR} , mit Hilfe der komplexen Wechselstromrechnung.
- Geben Sie die Zeigerbilder der errechneten Ströme und Spannungen an.
- Geben Sie die Zeitsignale der errechneten Ströme und Spannungen an.

Lösung:

a)

$$\underline{u}(t) = \hat{u} \cdot (\cos(2\pi ft) + j \cdot \sin(2\pi ft))$$

$$\underline{u}(t) = 325V \cdot (\cos(2\pi \cdot 50Hz \cdot t) + j \cdot \sin(2\pi \cdot 50Hz \cdot t))$$

$$\operatorname{Re}\{\underline{u}(t)\} = 325V \cdot \cos(2\pi \cdot 50Hz \cdot t)$$

$$\operatorname{Im}\{\underline{u}(t)\} = 325V \cdot \sin(2\pi \cdot 50Hz \cdot t)$$

b)

$$X_L = \omega L = 2\pi \cdot 50Hz \cdot 1H = 2\pi \cdot 50s^{-1} \cdot 1VsA^{-1} = 100\pi \frac{V}{A} = \underline{314,16\Omega}$$

c)

$$B_C = \omega C = 2\pi \cdot 50Hz \cdot 30\mu F = 2\pi \cdot 50s^{-1} \cdot 30 \cdot 10^{-6}AsV^{-1} = \underline{9,425 \cdot 10^{-3}S}$$

d)

$$\underline{Y}_{LR} = \frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L} = \frac{j\omega L + R}{j\omega RL} \longrightarrow \underline{Z}_{LR} = \frac{j\omega RL}{j\omega L + R}$$

$$\underline{Z}_C = \frac{1}{j\omega C}$$

$$\underline{Z}_{ges} = \frac{1}{j\omega C} + \frac{j\omega RL}{j\omega L + R}$$

Erweiterung des zweiten Terms mit dem konjugiert Komplexen.

$$\underline{Z}_{ges} = \frac{1}{j\omega C} + \left(\frac{j\omega RL}{j\omega L + R} \cdot \frac{R - j\omega L}{R - j\omega L} \right)$$

$$\underline{Z}_{ges} = \frac{\omega^2 RL^2}{(\omega L)^2 + R^2} + j \frac{\omega R^2 L}{(\omega L)^2 + R^2} - j \frac{1}{\omega C} = \underbrace{\frac{\omega^2 RL^2}{(\omega L)^2 + R^2}}_{\operatorname{Re}} + j \underbrace{\left(\frac{\omega R^2 L}{(\omega L)^2 + R^2} - \frac{1}{\omega C} \right)}_{\operatorname{Im}}$$

$$\operatorname{Re}\{\underline{Z}_{ges}\} = \frac{(2\pi \cdot 50)^2 \cdot 100 \cdot 1^2 s^{-2} VA^{-1} V^2 A^{-2} s^2}{(2\pi \cdot 50 \cdot 100 s^{-1} VsA^{-1})^2 + (100 VA^{-1})^2} = \underline{90,8\Omega}$$

$$\operatorname{Im}\{\underline{Z}_{ges}\} = \frac{2\pi \cdot 50 \cdot 100^2 \cdot 1 s^{-1} VsA^{-1} V^2 A^{-2}}{(2\pi \cdot 50 \cdot 1 s^{-1} VsA^{-1})^2 + (100 VA)^2} - \frac{1}{(2\pi \cdot 50 \cdot 30 \cdot 10^{-6}) s^{-1} AsV^{-1}}$$

$$\operatorname{Im}\{\underline{Z}_{ges}\} = \underline{-77,3\Omega}$$

$$|\underline{Z}| = \sqrt{Re^2 + Im^2} = \sqrt{8244,64 \Omega^2 + 5959,84 \Omega^2} = \underline{119,2 \Omega}$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{Im}{Re}\right) = \arctan\left(\frac{-77,2 \Omega}{90,8 \Omega}\right) = \underline{-40,37^\circ}$$

$$\hat{i}_{ges} = \frac{\hat{u}}{\underline{Z}} = \frac{325 \cdot e^{j \cdot 0^\circ} V}{119,2 \cdot e^{-j \cdot 40,37^\circ} VA^{-1}} = \underline{2,73 \cdot e^{j \cdot 40,37^\circ} A}$$

Errechnung der restlichen Ströme mit Hilfe der Stromteilerregel.

$$\frac{\hat{i}_R}{\hat{i}_{ges}} = \frac{\underline{Y}_R}{\underline{Y}_{LR}} = \frac{\frac{1}{R}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L}} = \frac{j\omega L}{R + j\omega L} = \frac{j \cdot 314,16 \Omega}{(100 + j \cdot 314,16) \Omega}$$

$$\hat{i}_R = \frac{j\omega L}{R + j\omega L} \cdot \hat{i}_{ges} = \frac{314,16 \cdot e^{j \cdot 90^\circ} \Omega}{329,69 \cdot e^{j \cdot 72,34^\circ} \Omega} \cdot 2,73 \cdot e^{j \cdot 40,37^\circ} A = \frac{314,16 \Omega}{329,69 \Omega} \cdot 2,73 A$$

$$\hat{i}_R = \frac{314,16 \Omega}{329,69 \Omega} \cdot 2,73 A \cdot e^{j \cdot (90^\circ + 40,37^\circ - 72,34^\circ)} = \underline{2,6 \cdot e^{j \cdot 58,03^\circ} A}$$

$$\hat{i}_L = \frac{\underline{Y}_L}{\underline{Y}_{LR}} \cdot \hat{i}_{ges} = \frac{R}{R + j\omega L} \cdot \hat{i}_{ges} = \frac{100 \cdot e^{j \cdot 0^\circ} \Omega}{329,69 \cdot e^{j \cdot 72,43^\circ} \Omega} \cdot 2,73 \cdot e^{j \cdot 40,37^\circ} A$$

$$\hat{i}_L = \underline{0,83 \cdot e^{-j \cdot 31,91^\circ} A}$$

$$\hat{u}_C = \underline{Z}_C \cdot \hat{i}_C = 106,1 \cdot e^{-j \cdot 90^\circ} VA^{-1} \cdot 2,73 \cdot e^{j \cdot 40,37^\circ} A = \underline{289,65 \cdot e^{-j \cdot 49,63^\circ} V}$$

$$\hat{u}_C = 289,65(\cos(-49,63^\circ) + j \cdot \sin(-49,63^\circ)) V = (137,63 + j \cdot 215,82)V$$

$$\hat{u}_{LR} = \hat{u} - \hat{u}_C = (325 - 187,37 + j \cdot 215,82) V = \underline{(137,63 + j \cdot 215,82)V}$$

$$\hat{u}_{LR} = \underline{255,97 \cdot e^{j \cdot 57,47^\circ}}$$

$$\hat{u}_{LR} = \frac{\hat{i}_{LR}}{\underline{Y}_{LR}} = \frac{\hat{i}_{LR}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L}} = \frac{2,73 \cdot e^{j \cdot 40,37^\circ} A}{0,0105 \cdot e^{-j \cdot 17,64^\circ} AV^{-1}} = \underline{260 \cdot e^{j \cdot 58,01^\circ} V}$$

g)

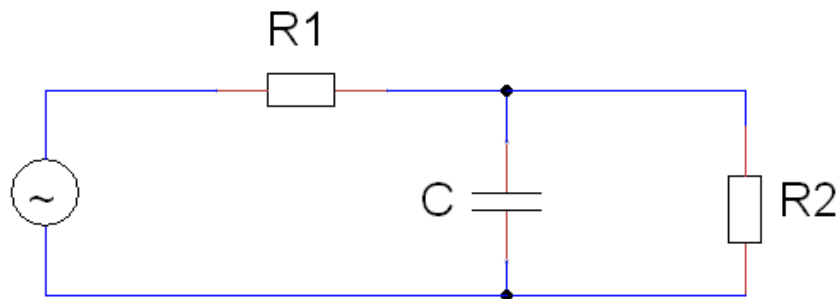
$$\underline{u}(t) = \hat{u} \cdot e^{j\omega t} = \hat{u} \cdot e^{j\omega t + \varphi}$$

$$\underline{u}_C(t) = 289,65 \cdot e^{j(100\pi s^{-1} \cdot t - 49,63^\circ)} V$$

$$Re\{\underline{u}_C(t)\} = 289,65 V \cos(100\pi s^{-1} \cdot t - 49,63^\circ)$$

1.2 Aufgabe 1

Gegeben ist die abgebildete Schaltung.



Die Bauteile haben folgende Kenndaten.

$$R_1 = 1k\Omega$$

$$R_2 = 1k\Omega$$

$$C = 1\mu F$$

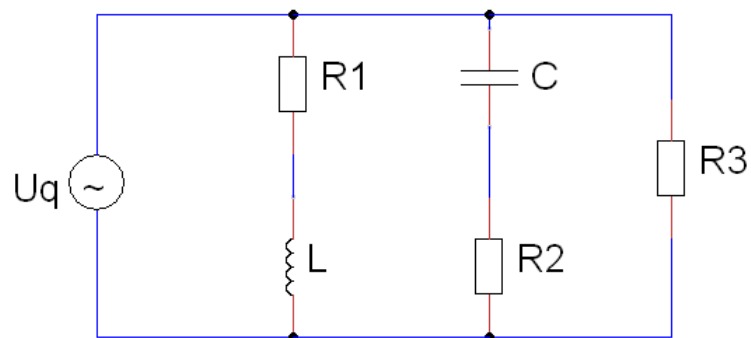
$$f = 120Hz$$

$$\hat{i}_{R2} = 8 \text{ mA}$$

Berechnen Sie den Strom I_C durch den Kondensator und die Spannung U_0 .

1.3 Aufgabe 2

Gegeben ist die abgebildete Schaltung.



$$R_1 = 10\Omega$$

$$R_2 = 20\Omega$$

$$R_3 = 10\Omega$$

$$L = 10mH$$

$$C = 100\mu F$$

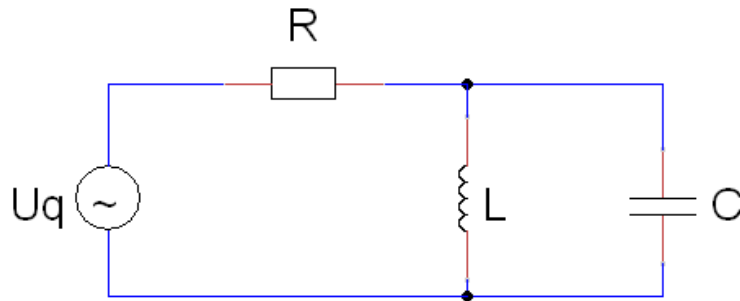
$$f = 50Hz$$

$$\hat{u} = 10V$$

Berechnen Sie den Gesamtstrom der in der Schaltung fließt mit Hilfe der Zeigerbilder. (Hinweis: Teilen Sie die Schaltung in einzelne Abschnitte ein.)

1.4 Aufgabe 3

Eine RLC-Schaltung liegt an einer Spannungsquelle mit trigonometrischen Spannungsverlauf.



Gegeben sind:

$$\begin{aligned} R &= 3k\Omega \\ L &= 0,5H \\ C &= 62,5nF \\ \hat{u} &= 35,355354 \text{ V} \\ \omega &= 4000 \text{ s}^{-1} \end{aligned}$$

- Wie groß ist der Effektivwert U_{eff} ?
- Geben Sie die Impedanz \underline{Z}_{LC} an.
- Wie groß ist der komplexe Gesamtstrom?
- Wie lautet der zeitliche Verlauf $i(t)$ des Gesamtstromes
- Zeigt die Schaltung ein kapazitives oder ein induktives Verhalten auf.

1.5 Quellen

Leonhard Stiny: Aufgaben mit Lösungen zur Elektrotechnik : 350 Übungsaufgaben zur Elektrotechnik mit ausführlichen Musterlösungen. 2. Auflage, Poing: Franzis Verlag GmbH, 2008