M. Sc. Petra Clauß
Mathematische Grundlagen und Analysis

Wintersemester 2015/16
14. Oktober 2015

Wurzel-, Logarithmus- und Exponentialgleichungen

Aufgabe 1. Ermitteln Sei jeweils die Definitionsmenge der Gleichung mit der Unbekannten $x \in \mathbb{R}$ und lösen Sie die Gleichung ggf. in Abhängigkeit der unbestimmten Koeffizienten a, $b \in \mathbb{R}$:

a) $x + \sqrt{x^2 + 21} = 3$

b) $\dfrac{2}{\sqrt{3x + 19}} = \dfrac{1}{4}$

c) $5 \cdot \sqrt{x-2} - 3 \cdot \sqrt{x-2} = 6$

d) $\sqrt{x-2} - 7 = \sqrt{x+5}$

e) $\sqrt{2x+1} = 1 - x$

f) $2x + \sqrt{20 - x^2} = 0$

g) $(3\sqrt{x} - 5)(5\sqrt{x} - 3) = 5(3x - 31)$

h) $\dfrac{\sqrt{x} - 3}{7} - \dfrac{\sqrt{x} - 25}{5} = 7 - \dfrac{2 + \sqrt{x}}{4}$

i) $\sqrt{52 - 3\sqrt{5x+6}} = 2\sqrt{10}$

j) $\sqrt{37 - 7\sqrt{5x+4}} = 4$

k) $2 + \sqrt{12 - \sqrt{5 + \sqrt{x^2 - 9}}} = 5$

l) $(\sqrt{ax} + \sqrt{b})(\sqrt{ax} - \sqrt{b}) = (a+1)(a-1)b$

m) $\dfrac{\sqrt{ax} - b}{\sqrt{ax} + b} = \dfrac{3\sqrt{ax} - 2b}{3\sqrt{ax} + 5b}$

n) $x + \sqrt{x^2 - a^2} = a$

o) $\sqrt{x+a} - \sqrt{x-a} = \dfrac{x + a - b}{\sqrt{x+a}}$

p) $\dfrac{\sqrt{1+x^2} + \sqrt{1-x^2}}{\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x^2}} = \dfrac{a}{b}$

Aufgabe 2. Ermitteln Sie die Definitionsmenge und die Lösung der Wurzelgleichung mit der Unbekannten $x \in \mathbb{R}$ ggf. in Abhängigkeit des unbestimmten Koeffizienten $a \in \mathbb{R}$:

a) $\sqrt[4]{x-1} = 3$

b) $\sqrt[6]{2x+4} = -2$

c) $\sqrt[5]{x+4} = -2$

d) $\sqrt[4]{x+1} - \sqrt{x-1} = 0$

e) $\sqrt[3]{a+x} + \sqrt[3]{a-x} = \sqrt[3]{2a}$

HOCHSCHULE SCHMALKALDEN
UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Aufgabe 3. Auf einem Markt gilt für ein bestimmtes Produkt ein Prohibitivpreis von 20 GE und eine Sättigungsmenge von 200 Stück. Die Angebotsfunktion

$$A(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 2x}}{\sqrt{8}}$$

wurde ermittelt.
Berechnen Sie die Nachfragefunktion und ermitteln Sie Gleichgewichtsmenge und -preis.

Aufgabe 4. Lösen Sie die Exponentialgleichungen:

a) $6 - \frac{3}{2}e^{(2-2x)} = 0$

b) $\frac{1}{3}e^{-2x} - 2 = 0$

c) $3^{2x+1} = 243$

d) $(125)^{\frac{1}{x+1}} = 2,5 \cdot 2^{x-1}$

e) $2^{2x+1} + 3^{x+2} = 2^{2(x+1)} + 3^{x+1}$

f) $2^{2(x+1)} - 2^{x+3} = 2^{x+5} - 2^{2x+4}$

g) $\sqrt[3]{a^{2x+9}} = \sqrt[4]{a^{3x+5}}$

h) $\left(\frac{3}{4}\right)^{2x-3} = \left(\frac{4}{3}\right)^{3x+5}$

i) $\sqrt{9^{x(x-1)-0,5}} = \sqrt[4]{3}$

j) $1 - ke^{k-x} = 0,\ k > 0$

k) $(1 - 2e^x)(e^{-x} - 4) = 0$

l) $\sqrt[x-7]{82,5} = \sqrt[3x]{100,4}$

Aufgabe 5. Ermitteln Sie jeweils die Definitionsmenge der logarithmischen Gleichung und lösen Sie die Gleichung

a) $\log_x(3) = -2$

b) $\log_3(x) - \log_3(5) = 3$

c) $\lg(x-1) + \lg 3 = \lg(x^2 - 1)$

d) $\lg x - \lg 4 = \lg 35 - \lg(x+4)$

e) $\lg x + \lg\left(a - \frac{1}{a}\right) = \lg\left(1 - \frac{1}{a}\right) + \lg\left(1 + \frac{1}{a}\right)$

f) $\log_2\left[2 + \log_3(x+3)\right] = 0$

g) $\log_2(x-1) + \log_4(x-1) - 1 = 0$

h) $\log_2(x) = \log_3(x)$