

LÖSUNGEN

Ungleichungen

Aufgabe 1. Lösen Sie die folgenden Ungleichungen ggf. in Abhängigkeit von a :

a) $2x \leq 6 - x$

Lösung.

$$\mathbb{L} = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 2\}$$

b) $2x + 3(x + 2) > 6x + 3$

Lösung.

$$\mathbb{L} = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 3\}$$

c) $\frac{2-x}{3} + 5 \geq \frac{x}{2}$

Lösung.

$$\mathbb{L} = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x < \frac{34}{5}\right\}$$

d) $3(1 - 2x) - 2 > 2(x - 3) - (3x + 5)$

Lösung.

$$\mathbb{L} = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x < \frac{12}{5}\right\}$$

e) $\frac{8x-5}{5} \leq \frac{2x+5}{3}$

Lösung.

$$\mathbb{L} = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq \frac{20}{7}\right\}$$

f) $\frac{8}{9} + 6x \geq 2\left(\frac{5}{6} + 3x\right)$

Lösung.

$$\mathbb{L} = \emptyset$$

g) $ax + 3 < 7 - a$

Lösung.

1. Fall: $a > 0$ $\mathbb{L} = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x < \frac{4-a}{a}\right\}$

$$\begin{aligned} 2. \text{ Fall: } a < 0 \quad \mathbb{L} &= \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x > \frac{4-a}{a} \right\} \\ 3. \text{ Fall: } a = 0 \quad \mathbb{L} &= \mathbb{R} \end{aligned}$$

h) $a - 4(x - 2) < 2(a - 3)$

Lösung.

$$\mathbb{L} = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x > -\frac{a}{4} + \frac{7}{2} \right\}$$

Aufgabe 2. Die Versicherung A bezahlt 90% der um 300 GE verminderten Schadenssumme, die Versicherung B übernimmt 85% des um 200 GE verminderten Schadens. Bis zu welcher Schadenssumme ist bei gleicher Jahresprämie die Versicherung B günstiger?

Lösung. B ist bis zu einem Schaden von 2000 GE günstiger.

Aufgabe 3. Die monatlichen Kosten in GE für x kWh beim Stromanbieter A lassen sich berechnen durch $K_A(x) = 0,195x + 21,35$, beim Anbieter B durch $K_B(x) = 0,265x + 18,45$.

Für welchen Verbrauch ist Stromanbieter B günstiger?

Lösung. Stromanbieter B ist bis 41,43 kWh günstiger.

Aufgabe 4. Lösen Sie die folgenden quadratischen Ungleichungen:

a) $x^2 - 10x \geq 510 - 23x$

Lösung.

$$\mathbb{L} = \mathbb{R} \setminus (-30; 17)$$

b) $-x^2 + 3x + 4 \leq 0$

Lösung.

$$\mathbb{L} = \mathbb{R} \setminus (-1; 4)$$

c) $\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{9}{8} \geq 0$

Lösung.

$$\mathbb{L} = \mathbb{R}$$

d) $-x^2 - 3x \geq -10$

Lösung.

$$\mathbb{L} = [-5; 2]$$

e) $a^2 < a - 1$

Lösung.

$$\mathbb{L} = \emptyset$$

f) $(x - 2)^2 < 1$

Lösung.

$$\mathbb{L} = (1; 3)$$

g) $x^2 - x - 6 \leq 2x + 4$

Lösung.

$$\mathbb{L} = [-2; 5]$$

h) $x^2 + 3x \geq -2x - 6$

Lösung.

$$\mathbb{L} = \mathbb{R} \setminus (-3; -2)$$

Aufgabe 5. Für ein neues Gut ist der Gewinn G in Abhängigkeit der Produktions- und Absatzmenge x gegeben durch:

$$G = -2x^2 + 24x - 40, \quad x \geq 0$$

Bestimmen Sie die Gewinnzone, d.h. alle Absatzmengen x mit $G > 0$.

Lösung. Wenn die Absatzmenge im Intervall $(2; 10)$ liegt, wird Gewinn erzeugt.

Aufgabe 6. Bei Herstellung und Verkauf von x Produktionseinheiten macht ein Unternehmen einen Gewinn von

$$G(x) = -\frac{1}{16}x^2 + 8x - 200$$

Auf welchem Bereich schreibt das Unternehmen schwarze Zahlen?

Lösung. Die Gewinnzone beginnt bei 34 ME und endet bei 93 ME.

Aufgabe 7. Bestimmen Sie die Definitionsmenge und lösen Sie die Ungleichungen

a) $\frac{3}{x+4} < 0$

Lösung.

$$\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{-4\}$$

$$\mathbb{L} = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -4\}$$

b) $\frac{3-x}{x-2} > \frac{x+4}{2(x-2)}$

Lösung.

$$\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$$

$$\mathbb{L} = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid \frac{2}{3} < x < 2 \right\}$$

c) $4 - \frac{3+2x}{1-x} \geq 0$

Lösung.

$$\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$$

$$\mathbb{L} = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x \leq \frac{1}{6} \text{ oder } x > 1 \right\}$$

d) $\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x} \leq 0$

Lösung.

$$\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1; 0\}$$

$$\mathbb{L} = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -1 \text{ oder } x > 0\}$$

e) $\frac{x-2}{x^2} \geq 0$

Lösung.

$$\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$\mathbb{L} = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 2\}$$

f) $\frac{3}{2x-4} \leq 2$

Lösung.

$$\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$$

$$\mathbb{L} = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x < 2 \text{ oder } x \geq \frac{11}{4}\right\} = \mathbb{R} \setminus \left[2; \frac{11}{4}\right)$$

g) $\frac{4x+6}{2x+3} < 3$

Lösung.

$$\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{3}{2}\right\}$$

$$\mathbb{L} = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{3}{2}\right\}$$

h) $\frac{3}{4x-4} \leq \frac{2}{x-6}$

Lösung.

$$\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{1; 6\}$$

$$\mathbb{L} = [-2; 1) \cup (6; \infty)$$

i) $\frac{2x+1}{2x-2} + \frac{2x-3}{3x-3} \geq 1$

Lösung.

$$\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$$

$$\mathbb{L} = \mathbb{R} \setminus \left(-\frac{3}{4}; 1\right]$$

j) $8(x-2) \geq \frac{20}{x+1} + 3(x-7)$

Lösung.

$$\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$$

$$\mathbb{L} = [-3; -1) \cup [1; \infty)$$

Aufgabe 8. Ermitteln Sie die Lösungsmengen der folgenden Ungleichungen!

a) $-2|x| \geq -7$

Lösung.

$$\mathbb{L} = \{x \in \mathbb{R} \mid -3,5 \leq x \leq 3,5\}$$

b) $\left|3 - \frac{1}{4}x\right| > 2$

Lösung.

$$\mathbb{L} = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 4 \text{ oder } x > 20\}$$

c) $-\left|\frac{2}{3}x - 1\right| < -\frac{1}{2}$

Lösung.

$$\mathbb{L} = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x < \frac{3}{4} \text{ oder } x > \frac{9}{4}\right\}$$

d) $4 - \left|\frac{1}{6}x - \frac{1}{2}\right| \geq \frac{2}{3}$

Lösung.

$$\mathbb{L} = \{x \in \mathbb{R} \mid -17 \leq x \leq 23\}$$

e) $2 \cdot |2x - 1| \leq 5$

Lösung.

$$\mathbb{L} = \left\{x \in \mathbb{R} \mid -\frac{3}{4} \leq x \leq \frac{7}{4}\right\}$$

f) $\left|1 - \frac{x}{2}\right| = x + \frac{5}{2}$

Lösung.

$$\mathbb{L} = \{-1\}$$