

Lineare und Quadratische Gleichungen, Gleichungen höheren Grades

Aufgabe 1. Bestimmen Sie die Definitions- und Lösungsmenge für x der folgenden Gleichungen: $a, b, r, x \in \mathbb{R}$

a) $(3 - x)(x + 4) - 9 = (3x - 4)(8x - 9) - (5x - 6)^2$

b) $x - [(4x + 4, 5) + 3, 5] = 2, 5 - (3, 5 - 4x)$

c) $\frac{x}{4} + \frac{5x}{6} + \frac{5}{6} = \frac{x}{2} + x$

d) $\frac{10x}{6} - \frac{8x}{9} = 4\frac{2}{3}$

e) $\frac{2}{x-1} + \frac{3}{x+2} = \frac{5}{x-2} - \frac{4}{x^2-4}$

f) $\frac{2}{x-5} - \frac{6}{2x-5} + \frac{4}{3x-5} = \frac{1}{3x-5}$

g) $\frac{a+x}{b-x} - \frac{b-x}{a+x} = \frac{2a^2 - 2b^2}{ab - ax + bx - x^2}$

h) $2(1+r) - (1+2r) + 1 = 0$

i) $\frac{bx-a}{a} + b = bx - 1$

j) $\frac{\frac{2}{3}x - \frac{2}{3}}{\frac{2}{3} - x} - \frac{2}{3} = \frac{2}{3} - \frac{\frac{2}{3}x + \frac{2}{3}}{\frac{2}{3} - x}$

k) $(2x+1)^2 = \left(\frac{5x}{2} + 8\right)^2 - \left(\frac{3x^2}{2x} + 9\right)^2$

Aufgabe 2. Eine Mauer lässt sich aus 54 Reihen Ziegelsteinen der Höhe x herstellen. Nimmt der Maurer um 1,6 cm höhere Steine, so braucht er nur 45 Reihen. Berechnen Sie die Höhe x .

Aufgabe 3. Drei Geschwister sind zusammen 21 Jahre alt. A ist doppelt so alt wie B und C nur halb so alt wie B . Wie alt ist jedes der Geschwister?

Aufgabe 4. Zwei Autofahrer A und B fahren täglich mit dem Wagen zur Arbeit. A legt in der Stunde durchschnittlich 54 km, B 72 km zurück. Wie viel Minuten nach Aufbruch von B werden sie sich treffen, wenn A 7 min früher losfährt und beide den gleichen Weg fahren?

Aufgabe 5. Drei Freunde haben zusammen 350 GE gespart. A hat doppelt so viel wie B und C nur halb so viel wie B gespart. Wie viel GE hat jeder gespart?

Aufgabe 6. Bestimmen Sie die Definitions- und Lösungsmenge für x der folgenden Gleichungen ggf. in Abhängigkeit des unbestimmten Koeffizienten : $a, b, x \in \mathbb{R}$

a) $2x^2 - 11x - 6 = 0$

b) $\frac{1}{3}x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{4}{3} = 0$

c) $-x^2 + x = \frac{1}{2}$

d) $\frac{2x+1}{3x-4} = \frac{x+6}{4x+1}$

e) $\frac{x^2-2}{x^2-2x} = \frac{x+2}{x} + \frac{x-1}{x-2}$

f) $3 - \frac{1}{x} = \frac{2}{x-4}$

g) $(1+x)(2+x)(3+x) + (1-x)(2-x)(3-x) = 120$

h) $2x^2 + x - 3a = 0$

i) $ax^2 + 2x - 3 = 0$

j) $x^2 - ax + a = x$

Aufgabe 7. Bei einem Sportplatz von $7000m^2$ Größe verhalten sich Länge zur Breite wie $3 : 2$. Bestimmen Sie die Länge und die Breite des Sportplatzes.

Aufgabe 8. Die Diagonale eines Quadrates ist 8cm lang. Wie lang ist die Seite des Quadrates?

Aufgabe 9. Zwei Zahlen unterscheiden sich um 4.
Das Produkt der beiden Zahlen beträgt 480.
Bestimmen Sie die beiden Zahlen.

Aufgabe 10. Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Gleichungen ggf. in Abhängigkeit des unbestimmten Koeffizienten:

a) $x^3 + 4x^2 - 20x - 48 = 0$

b) $\frac{3}{4}x^3 - \frac{9}{4}x^2 - 3x = -9$

c) $-2x^3 + 6x^2 + 4x = \frac{1}{2}x - 1$

d) $\frac{1}{3} \left(\frac{5}{2}x^3 + 4x^2 - 2x \right) = \frac{3}{2}$

e) $\left(x - \frac{2}{3} \right) \left(\frac{1}{8}x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \right)$

f) $x^4 + 4x^3 - 16x - 16 = 0$

g) $x^4 - 4x^3 + \frac{15}{4}x^2 + x - 1 = 0$

h) $(x^2 - 1)(x^2 - 3k) = 0$

i) $(x + k)^2(x^2 - 2x + 2k) = 0$

Aufgabe 11. $K(x) = x^3 - 31x^2 + 2070x + 852$ stellt die Gesamtkosten für die Herstellung der Menge x eines Produktes dar. Welche Menge muss produziert und zu einem Stückpreis von 2000 GE verkauft werden, damit ein Gewinn von 1500 GE erzielt wird.

Aufgabe 12. Die Entwicklung der installierten Leistung von Windkraftanlagen in Deutschland seit 2006 lässt sich näherungsweise mit der Funktion

$$P(x) = \frac{1}{48}x^3 - \frac{1}{8}x^2 + \frac{5}{3}x + 21$$

beschreiben. Die Variable x steht für die Jahre, $P(x)$ für Gigawatt (GW).

- a) Welche Leistung war 2006 installiert?
- b) Welche Leistung war 2013 installiert?
- c) In welchem Jahr kann unter gleichen Voraussetzungen mit einer installierten Leistung von 46 GW gerechnet werden?