

## Extremwertaufgaben für Funktionen mit einer Veränderlichen

### Aufgabe 1. :

Gegeben sei die Produktionsfunktion

$$f(x) = -\frac{2}{5}x^3 + 18x^2 + 24x, \quad \mathbb{D} = (0, 40)$$

Ermitteln Sie das Ertragsmaximum.

### Aufgabe 2. :

Für die Massenproduktion einer Maschine wird eine große Anzahl eines bestimmten Bauteils benötigt, dessen Querschnitt

- ein Rechteck mit den Seitenlängen  $2x > 0$  und  $y > 0$  mit darübergesetztem Halbkreis ist und
- einen vorgegebenen Umfang  $U$  aufweist

Bestimmen Sie den Querschnitt des Bauteils, für den der Flächeninhalt  $F$  des Bauteils maximal ist, und geben Sie den maximalen Flächeninhalt an.

### Aufgabe 3. :

Onkel Otto hat, um die mathematischen Ambitionen seines Neffen Florian zu fördern, in seinem Testament verfügt: „... und mein Neffen Florian darf sich unten am Bach ein rechteckiges Grundstück abstecken, so groß wie er mit 500 m Zaun eingrenzen kann.“

Florian möchte und sollte dieses Geschenk bestmöglich nutzen - genau das entspricht auch der Absicht des Onkels. "Bestmöglich" bedeutet hier, dass es ein möglichst großes Grundstück wählt. Dabei muss er eine Bedingung respektieren: Die Zaunlänge muss 500 m betragen - keinesfalls mehr! Und eingezäunt wird natürlich nur auf drei Seiten, denn wer wird ein Ufer mit einem Zaun verbauen!

**Aufgabe 4. :**

- a) Es soll eine rechteckige Koppel von  $4800 \text{ m}^2$  eingezäunt und dann in 2 Weiden unterteilt werden. Die Kosten für den Zaun betragen 20 GE pro Meter. Welche Abmessungen muss die Koppel haben, damit die Zaunkosten möglichst gering ausfallen?
- b) Nehmen wir nun an, dass die Kosten für die Umzäunung 25 GE pro Meter, die für die Unterteilung 15 GE pro Meter betragen. Welche Abmessungen wird man jetzt wählen?

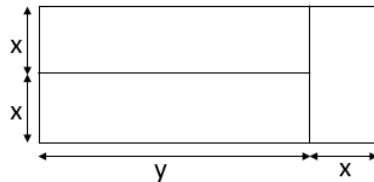
**Aufgabe 5. :**

Ein Supermarkt will einen rechteckigen,  $4000 \text{ m}^2$  großen Parkplatz anlegen. Drei Seiten der Umzäunung werden, mit Ausnahme der 8 m breiten Einfahrt, durch einen Holzzaun gebildet; der laufende Meter kostet 20 GE. Die vierte Seite muss gemauert werden; dafür betragen die Kosten pro laufenden Meter 80 GE. Bei welchen Abmessungen werden die Kosten für die Umzäunung minimal?

**Aufgabe 6. :**

Es soll ein Freigehege mit drei rechteckigen Teilflächen wie in der Skizze angelegt werden. Für die Einzäunung und das Abteilen stehen insgesamt 30 m Maschendraht zur Verfügung.

Ermitteln Sie, für welche Abmessung der Flächeninhalt  $F$  des Freigeheges möglichst groß wird.



**Aufgabe 7. :**

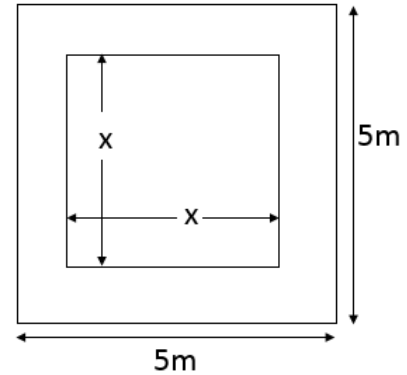
Ein Kindergarten plant den Bau eines Sandkastens. Der Rand wird mit Platten belegt. Für jeden Quadratmeter Sandfläche entstehen Kosten von 40 GE. Die Platten kosten 35 GE je Quadratmeter. Um eine möglichst große Sandfläche zu bekommen beteiligen sich die Eltern der Kinder an den Kosten, indem sie für jeden Meter Umfang der Sandfläche 10 GE beisteuern.

Zeigen Sie, dass die anteiligen Kosten für den Kindergarten

$$K(x) = 5x^2 - 40x + 875$$

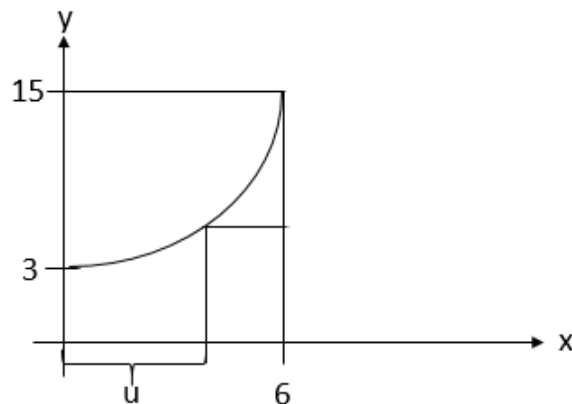
betragen.

Ermitteln Sie, bei welchem Wert von  $x$  die vom Kindergarten aufzubringenden Kosten  $K(x)$  am geringsten sind. Welche Betrag muss der Kindergarten in diesem Fall bezahlen? Welchen Betrag steuern dann die Eltern bei?



**Aufgabe 8. :**

Eine rechteckige Glasscheibe ist 6 m breit und 15 m lang. Aufgrund einer Erschütterung zerbrach das Glas. Die Kante der Bruchstelle entspricht dem Graphen einer quadratischen Funktion, der an der Stelle  $x_0 = 0$  eine waagrechte Tangente hat. Weitere Eigenschaften dieses Graphen können Sie der Zeichnung entnehmen



1. Bestimmen Sie den Funktionsterm der quadratischen Funktion  $f$ , deren Graph dem Kantenverlauf der Bruchstelle des Glases entspricht
2. Aus dem verbleibenden Glasstück soll ein Rechteck herausgeschnitten werden. (siehe Zeichnung)

- (a) Bestimmen Sie die von  $u$  ( $0 \leq u \leq 6$ ) abhängige Flächenmaßzahl des Rechtecks
- (b) Ermitteln Sie den Wert  $u$  so, dass das Rechteck einen maximalen Flächeninhalt annimmt. Geben Sie den maximalen Flächeninhalt des Rechtecks an. Betrachten Sie auch die Ränder.