M. Sc. Petra Clauß
Mathematische Grundlagen und Analysis

Wintersemester 2015/16
10. November 2015

Ableitungen

Aufgabe 1. Bestimmen Sie die Ableitung von $f(x) = x^2$ über den Differentialquotient

Aufgabe 2. Bestimmen Sie die erste Ableitung der folgenden Funktionen:

$$f_1(x) = (x+1)(x+4), \quad f_2(x) = (3x+5)(x-2), \quad f_3(x) = (3x^2+x)(13x-9x^2),$$
$$f_4(x) = (x-4)(x^2+3), \quad f_5(x) = (5x^3-4x)(x^2+5x), \quad f_6(x) = (x^2+3x)\cdot e^x,$$
$$f_7(x) = 4\sin x \tan x, \quad f_8(x) = (\ln(x))^2 \cdot e^x, \quad f_9(x) = 4^x \cdot x^4$$

Aufgabe 3. Bestimmen Sie die erste Ableitung der folgenden Funktionen:

$$f_1(x) = \frac{x^2}{1-x^2}, \quad f_2(x) = \frac{3x^2+4x}{\sqrt{x}}, \quad f_3(x) = \frac{5x^3+6x^2}{x^7},$$
$$f_4(x) = \frac{2x^2+3}{x^2}, \quad f_5(x) = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}, \quad f_6(x) = \frac{\cos x}{x^2},$$
$$f_7(x) = \frac{x\cdot e^x}{5x-1}, \quad f_8(x) = \frac{\sin x}{\cos x + \sin x}, \quad f_9(x) = \frac{x^2}{-x^3+6x-4}$$

Aufgabe 4. Bestimmen Sie die erste Ableitung der folgenden Funktionen:

$$f_1(x) = (x^2+1)^3, \quad f_2(x) = \sqrt{2x^2-x-3}, \quad f_3(x) = e^{3x-1},$$
$$f_4(x) = e^{x^2}, \quad f_5(x) = \sin(x^2-3x), \quad f_6(x) = 2e^{5x},$$
$$f_7(x) = e^{\sin 3x}, \quad f_8(x) = \ln\sqrt{4x-x^2}, \quad f_9(x) = \ln\left(\frac{1-e^x}{e^x}\right)$$

Aufgabe 5. Bestimmen Sie die erste Ableitung der folgenden Funktionen:

$$f_1(x) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}, \quad f_2(x) = \frac{x^2 \sin x}{x - \sqrt{x}}, \quad f_3(x) = \ln(x^2 + 1),$$

$$f_4(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt[3]{x^5}}, \quad f_5(x) = 2x \cdot \ln(x) + \ln(x^3), \quad f_6(x) = \frac{\sin x}{x},$$

$$f_7(x) = \sqrt[3]{(2x-5)^4}, \quad f_8(x) = \arctan\left(\frac{1+x}{1-x}\right), \quad f_9(x) = \frac{\ln(x^2+1)}{x^3}$$

Aufgabe 6. Berechnen Sie die ersten und zweiten Ableitungen der folgenden, parameterabhängigen Funktionen f.

a) $f(t) = \alpha t^2 + t$, $t \in \mathbb{R}$, mit $\alpha \in \mathbb{R}$

b) $f(x) = (1 + \beta x^2)^3$, $x \in \mathbb{R}$, mit $\beta \in \mathbb{R}$

c) $f(y) = \ln(\delta y)$, $y > 0$, mit $\delta > 0$

d) $f(z) = \ln(1 + \delta z)$, $z > 0$, mit $\delta > 0$

e) $f(y) = 1 - (1 - y)^{1/\beta}$, $y \in (0, 1)$, mit $\beta > 0$

f) $f(t) = t^{1-\delta}$, $t > 0$, mit $\delta > 0$

g) $f(x) = e^{-(x-\mu)^\alpha}$, $x \in \mathbb{R}$, mit $\alpha \in \mathbb{N}_0$ und $\mu \in \mathbb{R}$

h) $f(z) = \ln(\delta z)e^{-(z-\mu)}$, $z > 0$, mit $\delta > 0$ und $\mu \in \mathbb{R}$