

4. Schwerpunkt: Gauß'sches Eliminationsverfahren

0.4.1.T Lösen Sie mit dem Gauß'schen Eliminationsverfahren (ausführliche Schreibweise)

$$\begin{array}{rcl} 3x + 2y + 4z & = & 9 \quad (\text{I}) \\ -x + y & = & -5 \quad (\text{II}) \\ 2x & - & 2z = 4 \quad (\text{III}) \\ 8x + 6y + 4z & = & 16 \quad (\text{IV}) \end{array}$$

0.4.2.T Lösen Sie mit dem Gauß'schen Eliminationsverfahren (verkürzte Schreibweise)

$$\begin{array}{rcl} 2a + b - 2c & = & -4 \quad (\text{I}) \\ 3a - b + 2c & = & 9 \quad (\text{II}) \\ 4a - 3b + 6c & = & 22 \quad (\text{III}) \end{array}$$

0.4.3.T Lösen Sie mit dem Gauß'schen Verfahren in der Koeffizientenschreibform

$$\begin{array}{rcl} 2a + b - 2c & = & -4 \quad (\text{I}) \\ 3a - b + 2c & = & 9 \quad (\text{II}) \\ a + b + c & = & 4 \quad (\text{III}) \end{array}$$

Lösung:

zu 0.4.1.T

$$\begin{array}{rclcl} 3x + 2y + 4z & = & 9 & & \text{(I)} \\ -x + y & & & = & -5 & \text{(II)} \\ 2x & & -2z & = & 4 & \text{(III)} \\ 8x + 6y + 4z & = & 16 & & \text{(IV)} \end{array}$$

$$\begin{array}{rclcl} -x + y & & & = & -5 \\ 3 \cdot \text{(II)} + \text{(I)} & & 5y + 4z & = & -6 & \text{(II)}^* \\ 2 \cdot \text{(II)} + \text{(III)} & & 2y - 2z & = & -6 & \text{(III)}^* \\ 8 \cdot \text{(II)} + \text{(IV)} & & 14y + 4z & = & -24 \end{array}$$

$$\begin{array}{rclcl} -x + y & & & = & -5 \\ & & 2y - 2z & = & -6 \\ 2 \cdot \text{(III)}^* + \text{(II)}^* & & 9y & = & -18 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \rightarrow \underline{\underline{y = -2}} \\ \text{aus (II)} : x = y + 5 = -2 + 5 \rightarrow \underline{\underline{x = 3}} \\ \text{aus (III)} : z = \frac{2x - 4}{2} = \frac{6 - 4}{2} \rightarrow \underline{\underline{z = 1}} \end{array}$$

$$L = \{3; -2; 1\}$$

Zu 0.4.2.T

$$2a + b - 2c = -4 \quad (\text{I})$$

$$3a - b + 2c = 9 \quad (\text{II})$$

$$4a - 3b + 6c = 22 \quad (\text{III})$$

$$(\text{I}) + (\text{II}): \quad 5a = 5 \rightarrow \underline{\underline{a=1}}$$

$$3 \cdot (\text{I}) + (\text{III}): \quad 10a = 10 \quad \text{wenn } a=1 \text{ dann } 10=10 \rightarrow \text{w.A.}$$

eine Variable frei wählbar z.B. $c \in \mathbb{R}$

$$\text{aus (II): } 3a - b + 2c = 9$$

$$3 \cdot 1 - b + 2c = 9$$

$$- b + 2c = 6$$

$$\underline{\underline{b = 2c - 6}}$$

$$L = \{(a, b, c) = (1; 2c - 6; c); c \in \mathbb{R}\}$$

Zu 0.4.3.T

a	b	c	b_i	KS	
2	1	-2	-4	-3	
3	-1	2	9	13	
1	1	1	4	7	
5	0	0	5	10	(II) [*]
4	0	3	13	20	(III) [*]

$$\text{aus(II)}^* : \quad 5a = 5$$

$$\quad \quad \quad \underline{\underline{a = 1}}$$

$$\text{aus(III)}^* : \quad 4a + 3c = 13$$

$$\quad \quad \quad a + 3c = 13$$

$$\quad \quad \quad 3c = 9$$

$$\quad \quad \quad \underline{\underline{c = 3}}$$

$$\text{aus(I)} : \quad 2a + b - 2c = -4$$

$$\quad \quad \quad 2 + b - 6 = -4$$

$$\quad \quad \quad \underline{\underline{b = 0}}$$

$$L = \{(a,b,c) = (1;0;3)\}$$