

Stichprobenverteilung (Kapitel 9)

Grundbegriffe:

N	Grundgesamtheit
n	Stichprobe
$P(x)$	Wahrscheinlichkeit für das Eintreten des Ereignisses x
$E(x)=\mu$	Erwartungswert der Grundgesamtheit
$Var(x)=\sigma^2$	Varianz der Grundgesamtheit
$E(\bar{x})=\mu_{\bar{x}}$	Erwartungswert des Durchschnittswertes der Stichprobe
$Var(\bar{x})=\sigma_{\bar{x}}^2$	Varianz des Durchschnittswertes der Stichprobe
x_u	untere Grenze
x_o	obere Grenze
F_N	Wert aus der Normalverteilungstabelle

Formelsammlung: S. 55, 57, 68

Übungsaufgaben:

- (1) Eine bestimmte Reifensorte hat eine durchschnittliche Laufzeit von 48000 km, bei einer Streuung von 3600 km. Aus der laufenden Produktion werden 64 Reifen entnommen.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass diese Reifen eine durchschnittliche Laufleistung von weniger als 47100 km aufweisen?

Gegeben:

$\mu=48000$	Erwartungswert
$\sigma=3600$	Streuung
$n=64$	Stichprobe

Gesucht:

$$P(0 \leq \bar{x} \leq 47100) = ?$$

Lösung:

Tutorium Grundlagen der Statistik (Sven Eichhorn)
- Vorlesung 9 -

$$E(\bar{x}) = \mu_{\bar{x}} = \mu \quad \text{FS S.57 Erwartungswert}$$

$$E(\bar{x}) = \mu_{\bar{x}} = 48000$$

$$\text{Var}(\bar{x}) = \sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{\sigma^2}{n} \quad \text{FS S.57 Varianz}$$

$$\text{Var}(\bar{x}) = \sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{3600^2}{64}$$

$$\text{Var}(\bar{x}) = \sigma_{\bar{x}}^2 = 202500$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\sigma_{\bar{x}}^2} = 450$$

$$P(x = x) = F_N\left(\frac{(x_o - \mu)}{\sigma}\right) - F_N\left(\frac{(x_u - \mu)}{\sigma}\right) \quad \text{FS S.55 Normalverteilung}$$

$$P(0 \leq \bar{x} \leq 47100) = F_N\left(\frac{(47100 - 48000)}{450}\right) - F_N\left(\frac{(0 - 48000)}{450}\right)$$

$$P(0 \leq \bar{x} \leq 47100) = F_N(-2) - F_N(-106,67)$$

$$P(0 \leq \bar{x} \leq 47100) = 1 - F_N(2) - [1 - F_N(106,67)] \quad \text{FS S.55 } F_N \text{ einer negativen Zahl}$$

$$P(0 \leq \bar{x} \leq 47100) = 1 - 0,9772 - [1 - 1] \quad \text{FS S.68 Normalverteilungstabelle}$$

$$P(0 \leq \bar{x} \leq 47100) = 0,0228$$

$$P(0 \leq \bar{x} \leq 47100) = 2,28 \%$$

- (2) Die von einem Unternehmen hergestellten Glühlampen haben eine durchschnittliche Lebensdauer von $800\text{h} \pm 40\text{h}$.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine aus der Produktion von 16 entnommenen Glühlampen eine Durchschnittsbrenndauer von weniger als 775 Stunden aufweist?

$$P(0 \leq \bar{x} \leq 775) = 0,624 \%$$

- (3) Weitere Übungsaufgaben:

Weitere Übungsaufgaben zu diesem Kapitel sind erhältlich im „share“-Ordner der Fakultät Wirtschaft im Unterordner „Statistik“.

Anhand der geringen Anzahl der vorhandenen Übungsaufgaben kann man annehmen, dass dieses Kapitel möglicherweise nicht die größte Relevanz in der Prüfung habe wird. Nichtsdestotrotz sollte man wissen, wie sich ein solches Problem lösen lässt.