

## Approximation durch die Normalverteilung (Kapitel 8)

### Grundbegriffe:

$N$	Grundgesamtheit
$M$	Anzahl der Merkmalsträger
$n$	Stichprobe
$P(x)$	Wahrscheinlichkeit für das Eintreten des Ereignisses $x$
$p$	Wahrscheinlichkeit
$e$	eulersche Zahl
$E(x)=\mu$	Erwartungs-, Durchschnittswert
$Var(x)=\sigma^2$	Varianz
$x_u$	untere Grenze
$x_o$	obere Grenze
$F_N$	Wert aus der Normalverteilungstabelle

**Formelsammlung:** S. 52 – 55, 68

### Übungsaufgaben:

- (1) Von 500 Studierenden eines Fachbereiches bestreiten 150 ihr Studium mit eigenen finanziellen Mitteln. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass unter 50 ausgewählten Studenten 15 bis 20 ihr Studium selbst finanzieren?

#### Gegeben:

X: eigene Mittel

$N=500$  Grundgesamtheit

$n=50$  Stichprobe

$M=150$  Anzahl der Studenten welche ihr Studium mit eigenen Mitteln bestreiten

#### Gesucht:

$$P(15 \leq x \leq 20) = ?$$

*Tutorium Grundlagen der Statistik (Sven Eichhorn)*  
*- Vorlesung 9 -*

Lösung:

$$P(15 \leq x \leq 20) = P(x=15) + P(x=16) + P(x=17) + P(x=18) + P(x=19) + P(x=20)$$

Wir müssten nun zur Berechnung sechsmal die Formel der Hypergeometrischen Verteilung anwenden, was wir uns durch Approximation durch die Normalverteilung ersparen können.

Approximation durch Normalverteilung

Vorraussetzungen prüfen:

$$n * p * (1 - p) \geq 9$$

$$p = \frac{M}{N}$$

$$p = \frac{150}{500}$$

$$p = 0,3$$

$$50 * 0,3 * (1 - 0,3) \geq 9$$

$$10,5 \geq 9 \quad \text{Voraussetzung erfüllt}$$

$$N \geq 2 * n$$

$$500 \geq 300 \quad \text{Voraussetzung erfüllt}$$

Approximation:

$$\mu = n * p$$

FS S.58 Approximation

$$\mu = 50 * 0,3$$

$$\mu = 15$$

$$\sigma^2 = n * p * (1 - p) * \left( \frac{(N - n)}{(N - 1)} \right)$$

FS S.58 Approximation

$$\sigma^2 = 50 * 0,3 * (1 - 0,3) * \left( \frac{(500 - 50)}{(500 - 1)} \right)$$

$$\sigma^2 = 9,4689$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

$$\sigma = 3,0771639$$

$$P(14,5 \leq x \leq 20,5) = ?$$

FS S.58 Stetigkeitskorrektur

$$P(x = x) = F_N \left( \frac{(x_o - \mu)}{\sigma} \right) - F_N \left( \frac{(x_u - \mu)}{\sigma} \right)$$

FS S.55 Normalverteilung

*Tutorium Grundlagen der Statistik (Sven Eichhorn)*  
*- Vorlesung 9 -*

$$P(14,5 \leq x \leq 20,5) = F_N\left(\frac{(20,5-15)}{3,0771639}\right) - F_N\left(\frac{(14,5-15)}{3,0771639}\right)$$

$$P(14,5 \leq x \leq 20,5) = F_N(1,79) - F_N(-0,16)$$

$$P(14,5 \leq x \leq 20,5) = F_N(1,79) - (1 - F_N(0,16)) \quad \text{FS S.55 } F_N \text{ einer negativen Zahl}$$

$$P(14,5 \leq x \leq 20,5) = 0,9633 - (1 - 0,5636) \quad \text{FS S.68 Normalverteilungstabelle}$$

$$P(14,5 \leq x \leq 20,5) = 0,9633 - 0,4364$$

$$P(14,5 \leq x \leq 20,5) = 0,5269$$

$$P(14,5 \leq x \leq 20,5) = 52,7\%$$

- (2) An einem Bankschalter kommen durchschnittlich pro Viertelstunde zehn Kunden.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass in einer bestimmten Viertelstunde wenigstens 11 Kunden eintreffen?

$$P(x \geq 11) = 43,7\%$$

- (3) Aus einer Produktionsserie von 10000 Teilen mit einem Ausschussanteil von 20% werden 60 Teile mit Zurücklegen ausgewählt.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich darunter 20 bis 40 Fehlteile befinden?

$$P(20 \leq x \leq 40) = 0,78\%$$

- (4) Weitere Übungsaufgaben:

Weitere Übungsaufgaben zu diesem Kapitel sind erhältlich im „share“-Ordner der Fakultät Wirtschaft im Unterordner „Statistik“.

Mit Blick auf die Klausur wäre es hilfreich die Aufgaben der ausgegebenen Klausuren zu üben.