

Approximation durch die Normalverteilung (Kapitel 8)

Grundbegriffe:

N	Grundgesamtheit
M	Anzahl der Merkmalsträger
n	Stichprobe
$P(x)$	Wahrscheinlichkeit für das Eintreten des Ereignisses x
p	Wahrscheinlichkeit
e	eulersche Zahl
$E(x)=\mu$	Erwartungs-, Durchschnittswert
$Var(x)=\sigma^2$	Varianz
x_u	untere Grenze
x_o	obere Grenze
F_N	Wert aus der Normalverteilungstabelle

Formelsammlung: S. 52 – 55, 68

Übungsaufgaben:

- (1) Von 500 Studierenden eines Fachbereiches bestreiten 150 ihr Studium mit eigenen finanziellen Mitteln. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass unter 50 ausgewählten Studenten 15 bis 20 ihr Studium selbst finanzieren?

Gegeben:

X: eigene Mittel

$N=500$ Grundgesamtheit

$n=50$ Stichprobe

$M=150$ Anzahl der Studenten welche ihr Studium mit eigenen Mitteln bestreiten

Gesucht:

$P(15 \leq x \leq 20) = ?$

Tutorium Grundlagen der Statistik (Sven Eichhorn)
- Vorlesung 9 -

Lösung:

$$P(15 \leq x \leq 20) = P(x=15) + P(x=16) + P(x=17) + P(x=18) + P(x=19) + P(x=20)$$

Wir müssten nun zur Berechnung sechsmal die Formel der Hypergeometrischen Verteilung anwenden, was wir uns durch Approximation durch die Normalverteilung ersparen können.

Approximation durch Normalverteilung

Vorraussetzungen prüfen:

$$n * p * (1 - p) \geq 9$$

$$p = \frac{M}{N}$$

$$p = \frac{150}{500}$$

$$p = 0,3$$

$$50 * 0,3 * (1 - 0,3) \geq 9$$

$$10,5 \geq 9 \quad \text{Voraussetzung erfüllt}$$

$$N \geq 2 * n$$

$$500 \geq 300 \quad \text{Voraussetzung erfüllt}$$

Approximation:

$$\mu = n * p$$

FS S.58 Approximation

$$\mu = 50 * 0,3$$

$$\mu = 15$$

$$\sigma^2 = n * p * (1 - p) * \left(\frac{(N - n)}{(N - 1)} \right)$$

FS S.58 Approximation

$$\sigma^2 = 50 * 0,3 * (1 - 0,3) * \left(\frac{(500 - 50)}{(500 - 1)} \right)$$

$$\sigma^2 = 9,4689$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

$$\sigma = 3,0771639$$

$$P(14,5 \leq x \leq 20,5) = ?$$

FS S.58 Stetigkeitskorrektur

$$P(x = x) = F_N \left(\frac{(x_o - \mu)}{\sigma} \right) - F_N \left(\frac{(x_u - \mu)}{\sigma} \right)$$

FS S.55 Normalverteilung

Tutorium Grundlagen der Statistik (Sven Eichhorn)
- Vorlesung 9 -

$$P(14,5 \leq x \leq 20,5) = F_N\left(\frac{(20,5-15)}{3,0771639}\right) - F_N\left(\frac{(14,5-15)}{3,0771639}\right)$$

$$P(14,5 \leq x \leq 20,5) = F_N(1,79) - F_N(-0,16)$$

$$P(14,5 \leq x \leq 20,5) = F_N(1,79) - (1 - F_N(0,16)) \quad \text{FS S.55 } F_N \text{ einer negativen Zahl}$$

$$P(14,5 \leq x \leq 20,5) = 0,9633 - (1 - 0,5636) \quad \text{FS S.68 Normalverteilungstabelle}$$

$$P(14,5 \leq x \leq 20,5) = 0,9633 - 0,4364$$

$$P(14,5 \leq x \leq 20,5) = 0,5269$$

$$P(14,5 \leq x \leq 20,5) = 52,7\%$$

- (2) An einem Bankschalter kommen durchschnittlich pro Viertelstunde zehn Kunden.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass in einer bestimmten Viertelstunde wenigstens 11 Kunden eintreffen?

$$P(x \geq 11) = 43,7\%$$

- (3) Aus einer Produktionsserie von 10000 Teilen mit einem Ausschussanteil von 20% werden 60 Teile mit Zurücklegen ausgewählt.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich darunter 20 bis 40 Fehlteile befinden?

$$P(20 \leq x \leq 40) = 0,78\%$$

- (4) Weitere Übungsaufgaben:

Weitere Übungsaufgaben zu diesem Kapitel sind erhältlich im „share“-Ordner der Fakultät Wirtschaft im Unterordner „Statistik“.

Mit Blick auf die Klausur wäre es hilfreich die Aufgaben der ausgegebenen Klausuren zu üben.