

Normalverteilung (Kapitel 8)

Grundbegriffe:

$E(x) = \mu$ Erwartungswert

$Var(x) = \sigma^2$ Varianz

$P(x)$ Wahrscheinlichkeit für das Eintreten des Ereignisses x

x_u untere Grenze

x_o obere Grenze

F_N Wert aus der Normalverteilungstabelle

Formelsammlung: S. 54 – 55, 68

Übungsaufgaben:

- (1) Eine Firma stellt Leitern her, welche beliebig zusammensteckbar sind. Die produzierten Leitern haben jeweils eine durchschnittliche Länge von $4 \text{ m} \pm 0,05 \text{ m}$.
- a) Bestimmen Sie den Anteil der unbrauchbaren Leitern, wenn die Mindestlänge einer solchen Leiter $3,95 \text{ m}$ betragen muss.
 - b) Karl Heinz benötigt für Arbeiten an seiner Getränkehalle eine Leiter mit einer Gesamtlänge von mindestens $12,2 \text{ m}$. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er mit dem zusammenstecken von drei Leitern die benötigte Länge erreichen kann?

a)

Gegeben:

X: Länge der Leitern

$\mu = 4$ durchschnittliche Länge aller produzierten Leitern

$\sigma = 0,05$ Streuung aller produzierten Leitern

Gesucht:

$P(x \leq 3,95) = ?$

$P(0 \leq x \leq 3,95) = ?$

Tutorium Grundlagen der Statistik (Sven Eichhorn)
- Vorlesung 8 -

Lösung:

$$P(x=x) = F_N\left(\frac{(x_o-\mu)}{\sigma}\right) - F_N\left(\frac{(x_u-\mu)}{\sigma}\right) \quad \text{FS S.55 Normalverteilung}$$

$$P(0 \leq x \leq 3,95) = F_N\left(\frac{(3,95-4)}{0,05}\right) - F_N\left(\frac{(0-4)}{0,05}\right)$$

$$P(0 \leq x \leq 3,95) = F_N(-1) - F_N(-80)$$

$$P(0 \leq x \leq 3,95) = 1 - F_N(1) - (1 - F_N(80)) \quad \text{FS S.55 } F_N \text{ einer negativen Zahl}$$

$$P(0 \leq x \leq 3,95) = 1 - 0,8413 - (1 - 1) \quad \text{FS S.68 Normalverteilungstabelle}$$

$$P(0 \leq x \leq 3,95) = 1 - 0,8413 - (1 - 1)$$

$$P(0 \leq x \leq 3,95) = 0,1587$$

$$P(0 \leq x \leq 3,95) = 15,87\%$$

b)

Gegeben:

X: Länge der Leitern

$\mu_1 = 4$ durchschnittliche Länge aller produzierten Leitern (eine Leiter)

$\sigma_1 = 0,05$ Streuung aller produzierten Leitern (eine Leiter)

Nebenrechnung:

$$\mu_3 = ? \quad \text{FS S.57 Reproduktionseigenschaften}$$

$$\mu_3 = 3 * \mu_1$$

$$\mu_3 = 3 * 4$$

$$\mu_3 = 12$$

$$\sigma_3 = ? \quad \text{FS S.57 Reproduktionseigenschaften}$$

$$\sigma_3^2 = 3 * \sigma_1^2$$

$$\sigma_3^2 = 3 * 0,05^2$$

$$\sigma_3^2 = 3 * 0,0025$$

$$\sigma_3^2 = 0,0075$$

$$\sigma_3 = 0,0866$$

Tutorium Grundlagen der Statistik (Sven Eichhorn)
- Vorlesung 8 -

Gesucht:

$$P(x \geq 12,2) = ?$$

$$P(x \geq 12,2) = 1 - P(0 \leq x \leq 12,2) = ?$$

Lösung:

$$P(x = x) = F_N\left(\frac{(x_o - \mu)}{\sigma}\right) - F_N\left(\frac{(x_u - \mu)}{\sigma}\right)$$

$$P(x \geq 12,2) = 1 - \left[F_N\left(\frac{(12,2 - 12)}{0,0866}\right) - F_N\left(\frac{(0 - 12)}{0,0866}\right) \right]$$

$$P(x \geq 12,2) = 1 - [F_N(2,31) - F_N(-138,57)]$$

$$P(0 \leq x \leq 3,95) = 1 - [F_N(2,31) - (1 - F_N(138,57))]$$

$$P(0 \leq x \leq 3,95) = 1 - [0,9896 - (1 - 1)]$$

$$P(0 \leq x \leq 3,95) = 1 - 0,9896$$

$$P(0 \leq x \leq 3,95) = 0,0104$$

$$P(0 \leq x \leq 3,95) = 1,04 \%$$

- (2) Die Brenndauer von Glühlampen beträgt durchschnittlich 900 Stunden, bei einer Standardabweichung von 100 Stunden.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Brenndauer

- a) zwischen 750 und 1050 Stunden liegt,
- b) höchstens 650 Stunden beträgt,
- c) mindestens 1200 Stunden beträgt,
- d) weniger als 800 Stunden oder mehr als 1200 Stunden beträgt?

a)

$$P(750 \leq x \leq 1050) = 86,64 \%$$

b)

$$P(0 \leq x \leq 650) = 0,62 \%$$

c)

$$P(x \geq 1200) = 0,13 \%$$

d)

$$P(x < 800) \vee P(x > 1200) = 0,16 \%$$

Tutorium Grundlagen der Statistik (Sven Eichhorn)
- Vorlesung 8 -

- (3) Eine Abfüllmaschine füllt Kaffee in Blechdosen ab. Das Gewicht der Abfüllmenge beträgt durchschnittlich 500 g, bei einer Streuung von 10 g. Das durchschnittliche Gewicht der Dosen beträgt 50 g, bei einer Streuung von 2 g.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Gewicht einer verkaufsfertigen Dose weniger als 540 g beträgt?

$$P(0 \leq x \leq 540) = 16,35 \%$$

- (4) Weitere Übungsaufgaben:

Weitere Übungsaufgaben zu diesem Kapitel sind erhältlich im „share“-Ordner der Fakultät Wirtschaft im Unterordner „Statistik“.

Mit Blick auf die Klausur wäre es hilfreich die Aufgaben der ausgegebenen Klausuren zu üben.