Grundlagen: Differenzieren

1) Grundfunktionen

$y = x^n$	$y' = n \cdot x^{n-1}$	$n \in \mathbb{R}$
$y = e^x$	$y' = e^x$	
$y = \sin x$	$y' = \cos x$	
$y = \cos x$	$y' = -\sin x$	
$y = \ln x$	$y' = \frac{1}{x}$	

2) Differentationsregeln

y, u und v sind Abkürzungen für die Funktionen y(x), u(x) und v(x)

a) **Summenregel:** $y = u + v$ $\quad$ $y' = u' + v'$

Beispiel: $y = -x^2 + x^4$ $\quad$ $y' = -2x + 4x^3$

b) **Linearitätsregel:** $y = \lambda u + \mu v$ $\quad$ $y' = \lambda u' + \mu v'$ $\quad$ $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$

Beispiel: $y = 2\sin x + 3\cos x$ $\quad$ $y' = 2\cos x - 3\sin x$

c) **Produktregel:** $y = u \cdot v$ $\quad$ $y' = u' \cdot v + v' \cdot u$

Beispiel: $y = e^x \cdot \sin x$ $\quad$ $y' = e^x \cdot \sin x + \cos x \cdot e^x$

d) **Produktregel für 3 Faktoren**: $y = u \cdot v \cdot w$ $\quad$ $y' = u'vw + uv'w + uvw'$

Beispiel:

$y = x^2 \cdot e^x \cdot \cos x$ $\quad$ $y' = 2x \cdot e^x \cdot \cos x + x^2 \cdot e^x \cdot \cos x - x^2 \cdot e^x \cdot \sin x$

$$y' = x \cdot e^x \left(2\cos x + x \cdot \cos x - x \cdot \sin x\right)$$

e) **Kettenregel:**

zweifach $\quad y = f\left(g(x)\right)$ $\quad$ $y' = \frac{df}{dg} \cdot \frac{dg}{dx}$

Beispiel: $y = \sqrt{3x+1}$ $\quad$ $y' = \frac{1}{2}(3x+1)^{-\frac{1}{2}} \cdot 3 = \frac{3}{2\sqrt{3x+1}}$

dreifach $y = f\left(g\left(h(x)\right)\right)$ $y' = \frac{df}{dg} \cdot \frac{dg}{dh} \cdot \frac{dh}{dx}$

Beispiel: $y = \sin\left(\sqrt{3x+1}\right)$ $y' = \cos\left(\sqrt{3x+1}\right) \cdot \frac{1}{2}(3x+1)^{-\frac{1}{2}} \cdot 3$

f) **Quotientenregel:** $y = \frac{u}{v}$ $y' = \frac{vu' - uv'}{v^2}$

Beispiel: $y = \frac{x^2}{\sin(2x)}$ $y' = \frac{\sin(2x) \cdot 2x - x^2 \cdot 2\cos(2x)}{\left(\sin(2x)\right)^2}$