1. Schwerpunkt: Umformen und Vereinfachen von mathematischen Termen

Berechnen Sie ohne Taschenrechner (erst möglichst viel kürzen, Primfaktorzerlegung!)

0.1.1.T

$$A = \frac{5^3 \cdot 6^{-4} \cdot 10^{-3} \cdot 9}{12^3 \cdot 8} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^{-2} \cdot 2^{11} : \left(\frac{2}{3}\right)$$

$$A = \frac{5^3 \cdot (2 \cdot 3)^{-4} \cdot (2 \cdot 5)^{-3} \cdot 3^2}{\left(2^2 \cdot 3\right)^3 \cdot 2^3} \cdot (2 \cdot 3)^2 \cdot 2^{11} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)$$

$$A = \frac{5^3 \cdot 3^2 \cdot 2^2 \cdot 3^2 \cdot 2^{11} \cdot 3}{2^4 \cdot 3^4 \cdot 2^3 \cdot 5^3 \cdot 2^6 \cdot 3^3 \cdot 2^3 \cdot 2}$$

$$A = \frac{1}{2^4 \cdot 3^2} = \frac{1}{(4 \cdot 3)^2} = \frac{1}{\underline{\underline{144}}}$$

0.1.2.T

$$B = \frac{\cancel{\pi^2} \cdot 0{,}12\mu V \cdot 30\cancel{m}A \cdot (20cm)^3}{4{,}0 \cdot 10^{-4}\cancel{m}W \cdot \frac{\cancel{\pi}}{4}(2{,}0cm)^2 \cdot \frac{\cancel{\pi}}{4}(2{,}5cm)^2}$$

$$B = \frac{0{,}12 \cdot 30 \cdot 10^{-6} \cdot 20^3 \cdot \cancel{cm^3} \cdot \cancel{V} \cdot \cancel{A}}{\cancel{4{,}0} \cdot 10^{-4} \cdot \frac{1}{\cancel{4}} \cdot \cancel{2{,}0^2} \cdot \frac{1}{\cancel{4}} \cdot 2{,}5^2 \cdot \cancel{cm^2} \cdot cm^{\cancel{2}} \cdot \cancel{W}}$$

$$B = \frac{0{,}12 \cdot 30 \cdot 10^{-6} \cdot 8 \cdot 10^3}{10^{-4} \cdot 5^2 \cdot 2^{-2}}$$

$$B = \frac{12 \cdot 3 \cdot 8 \cdot 4}{5^2}$$

$$B = \frac{3 \cdot 2^2 \cdot 3 \cdot 2^3 \cdot 2^2}{5^2} \cdot \frac{2^2}{2^2}$$

$$B = \frac{2^9 \cdot 9}{100} = 5{,}12 \cdot 9 = \underline{\underline{46{,}08\frac{1}{cm}}}$$

Fassen Sie auf einen gemeinsamen Nenner zusammen, beseitigen Sie ggf. Mehrfachbrüche und machen Sie ggf. den Nenner rational

0.1.3.T a)

$$R_P = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

$$\frac{1}{R_P} \cdot \frac{R_1R_2}{R_1R_2} = \frac{1}{R_1} \cdot \frac{R_PR_2}{R_PR_2} + \frac{1}{R_2} \cdot \frac{R_PR_2}{R_PR_2}$$

$$\frac{R_1R_2}{R_PR_1R_2} = \frac{R_PR_2}{R_PR_1R_2} + \frac{R_PR_1}{R_PR_1R_2} \quad \Big| \cdot R_PR_1R_2$$

$$R_1R_2 = R_PR_2 + R_PR_1$$

umstellen nach R_1 :

$$R_1R_2 - R_PR_1 = R_PR_2$$

$$R_1\left(R_2 - R_P\right) = R_PR_2$$

$$R_1 = \frac{R_P \cdot R_2}{R_2 - R_P}$$

b)

$$R_P = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

$$\frac{1}{R_P} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{R_P} - \frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_3} = \frac{R_2R_3 - R_PR_3 - R_PR_2}{R_PR_2R_3}$$

$$R_1 = \frac{R_PR_2R_3}{R_2R_3 - R_PR_3 - R_PR_2}$$

0.1.4.T a)

$$\frac{1}{xy} + \frac{1}{xz} + \frac{1}{yz} = \frac{z}{xyz} + \frac{y}{xyz} + \frac{x}{xyz} = \left(x + y + z\right) \cdot \frac{1}{xyz}$$

b)

$$\left(\frac{u}{v} - \frac{v}{u}\right) \cdot \left(\frac{u}{v} + \frac{v}{u}\right) = \left(\frac{u^2 - v^2}{uv}\right) \cdot \left(\frac{u^2 + v^2}{uv}\right)$$

$$= \frac{1}{\left(uv\right)^2} \cdot \left(u^2 - v^2\right) \cdot \left(u^2 + v^2\right) = \frac{1}{\left(uv\right)^2} \cdot \left(u^4 - v^4\right)$$

c)

$$\frac{x+y}{x-y}+\frac{x-y}{x+y}=\frac{\left(x+y\right)^2+\left(x-y\right)^2}{\left(x-y\right)\cdot\left(x+y\right)}$$

$$=\frac{x^2+2xy+y^2+x^2-2xy+y^2}{x^2-y^2}$$

$$=\frac{2x^2+2y^2}{x^2-y^2}$$

d)

$$\frac{\frac{x^2}{y}+\frac{y^2}{x}}{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}}=\frac{\frac{x^3+y^3}{\cancel{xy}}}{\frac{x+y}{\cancel{xy}}}=\frac{x^3+y^3}{x+y}$$

e)

$$\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{6}-\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3\cdot 9}}{\sqrt{2\cdot 3}-\sqrt{3}}=\frac{\cancel{\sqrt{3}}\cdot\sqrt{9}}{\cancel{\sqrt{3}}\cdot\left(\sqrt{2}-1\right)}$$

$$=\frac{3}{\sqrt{2}-1}\cdot\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1}=\frac{3\cdot\sqrt{2}+3}{2-1}=3\cdot\sqrt{2}+3$$