FH Schmalkalden
FB Elektrotechnik
Prof. Dr. Schulz

# Prüfungsvorbereitung: Beispielklausur Mathematik 3

**1.** Berechnen Sie das zweifache Integral über das rechteckige Gebiet G mit

$x \in [1;2] \; y \in [0;\pi]$ $$\iint_G x \cdot \sin(y)dxdy$$

Lösung: $3$

**2.** Gegeben ist die Funktion $y(t) = e^{2t}$ im Intervall [0; 0,5].

2.1 Berechnen Sie den **integralen Mittelwert** in diesem Intervall!
Lösung: $\overline{y} = \mathrm{e} - 1 \approx 1{,}72$

2.2 Denken Sie sich diese Funktion periodisch mit T = 0,5 fortgesetzt und bestimmen Sie für diesen Fall den **Effektivwert**.
Lösung: $y_{eff} = \sqrt{\frac{1}{2}\left(\mathrm{e}^2 - 1\right)} \approx 1{,}79$

3. Man bestimme die allgemeine Lösung der Differentialgleichung mit Hilfe des $\lambda$ **-Ansatzes** und einem geeigneten Ansatz für die partikuläre Lösung :

$$y'' + 10y' + 34y = \sin(x)$$

Lösung:
$$y = \mathrm{e}^{-5x}\left(A\cos(3x) + B\sin(3x)\right) - 0{,}00841\cos x + 0{,}027 - 6\sin x$$

**4. Aufgabe : Laplace-Transformation**

4.1 Transformieren Sie unter Verwendung von Korrespondenztabellen folgende Funktionen vom Zeit- in den Bildbereich:

a) $f(t) = 4e^{-t}$ b) $f(t) = t \cdot e^{-5t}$ c) $f(t) = 5\cos(8t)$

Lösung:

a) $F(s) = \frac{4}{s+1}$ b) $F(s) = \frac{1}{(s+5)^2}$ c) $F(s) = \frac{5s}{s^2+64}$

4.2 Transformieren Sie unter Verwendung von Korrespondenztabellen die Bildfunktionen in den Zeitbereich:

d) $F(s) = \frac{5}{s^2+9}$ e) $F(s) = \frac{8}{s^2+4s+53}$ f) $F(s) = \frac{5}{(s-5)^3}$

Lösung:

d) $f(t)=\frac{5}{3}\sin(3t)$  e) $f(t)=\frac{8}{7}e^{-2t}\sin(7t)$  f) $f(s)=\frac{5}{2}t^2e^{5t}$

4.3 Lösen Sie die nachfolgende Anfangswertaufgabe mit Hilfe der Laplacetransformation :

$$\ddot{x} + 5\dot{x} + 6x = t \qquad x(0)=1;\ \dot{x}(0)=2$$

Lösung: $x(t)=\frac{1}{36}\left(-5\Theta(t)+6\,t+189e^{-2t}-148e^{-3t}\right)$

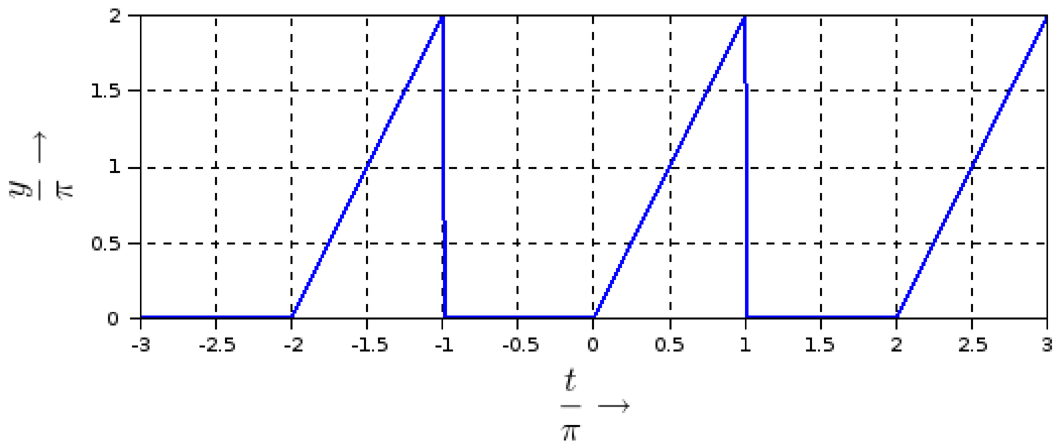
**5. Aufgabe:** Man löse die inhomogene Differentialgleichung mittels Variation der Konstanten: $y' - 2y = x\,e^{2x}$

Lösung: $y=\left(\frac{1}{2}x^2+C\right)e^{2x}$

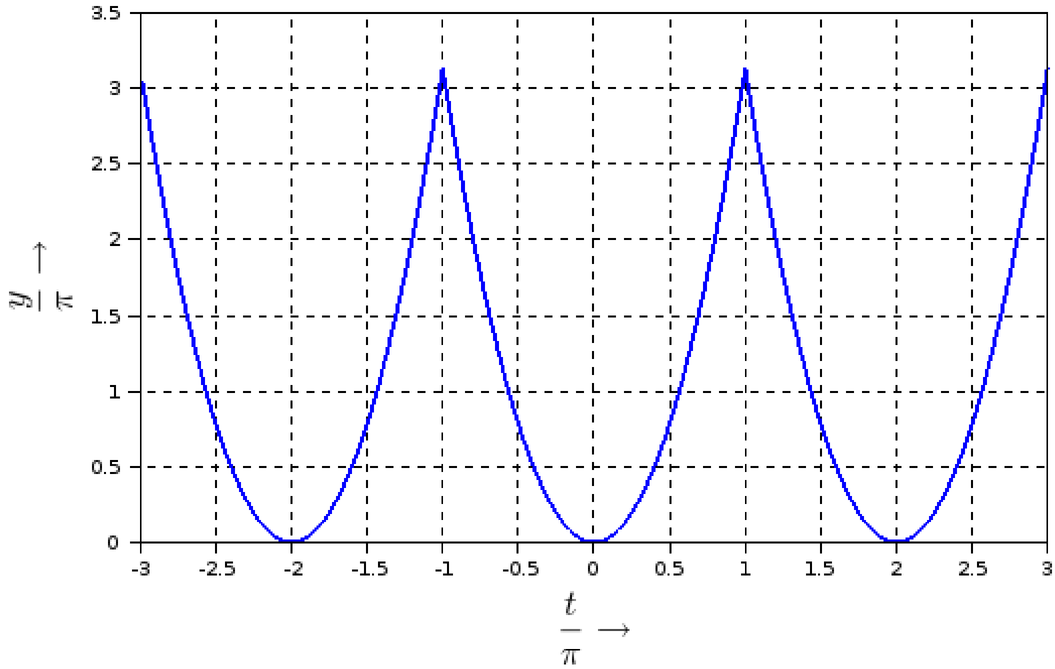
**6. Aufgabe: Fourier - Reihen**

6.1 Gegeben sind 3 Funktionen y = f(t) mit der Periodendauer T = 2π durch einen nur im Intervall [-π; π] zutreffenden Ausdruck. Fertigen Sie von allen drei Funktionen eine Skizze für den Bereich $t \in [-3\pi\,;\,3\pi]$ an :

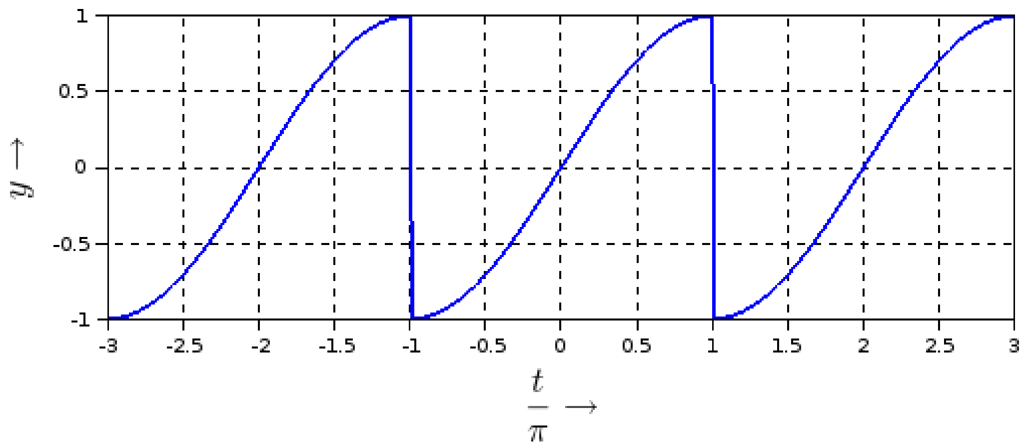
a) $y = |\,t\,| + t$  in [-π ; π ]  T = 2π




b) $y = t^2$  in [-π ; π ]  T = 2π




c) $y = \sin\left(\frac{t}{2}\right)$ in $[-\pi\,;\,\pi\,]$ $T = 2\pi$




6.2 Bestimmen Sie für alle drei Funktionen den **Gleichanteil $a_0/2$** und tragen ihn in die Tabelle ein. Untersuchen Sie, ob die Koeffizienten der reellen Fourierreihe $\mathbf{a_n}$ (cos – Anteile) bzw. $\mathbf{b_n}$ (sin – Anteile) **Null** sind, und vermerken das in der nachfolgenden Tabelle durch **ja** oder **nein** .

| Funktion in $[-\pi\,;\,\pi\,]$ | $\frac{a_0}{2} = ?$ | alle $a_1, a_2, \ldots = 0$ ? | alle $b_1, b_2, \ldots = 0$ ? |
|---|---|---|---|
| a) $y = \lvert\, t \,\rvert + t$ | $\frac{\pi}{2}$ | Nein | Nein |
| b) $y = t^2$ | $\frac{\pi^2}{3}$ | Nein | Ja |
| c) $y = \sin\left(\frac{t}{2}\right)$ | 0 | Ja | Nein |

6.3 Berechnen Sie für die **unter a)** gegebene Funktion die Koeffizienten $a_2$ und $b_2$ der **reellen Fourierreihe** für die 2**. Harmonische** (n = 2).
Berechnen Sie aus $a_2$ und $b_2$ auch die Koeffizienten $A_2$ und $\phi_2$ des Amplituden- und Phasenspektrums.

Lösung:
$a_2 = 0; b_2 = -1 \qquad A_2 = 1; \varphi_2 = \pi$