

5. Thema: Extremwerte mit Nebenbedingungen, Lagrange Multiplikatoren

- 5.1 Eine zylindrische Blechdose (Radius R , Höhe H) ohne Deckel habe ein Volumen von 1250ml. Berechnen Sie die Maße der Dose, so dass die notwendige Lötnaht möglichst kurz ist. (Gelötet wird entlang des kreisförmigen Umfangs der Grundfläche und einmal entlang der Mantellinie der Länge H).
- Formulieren Sie Zielfunktion und Nebenbedingung
 - Berechnung durch Einsetzen der Nebenbedingung in die Zielfunktion
 - Berechnung durch Lagrange-Multiplikatoren-Methode
- 5.2 Ein zylinderförmige Dose aus Blech soll ein Volumen von $V = 5000\text{cm}^3$ haben. Zu ihrer Herstellung wird zunächst ein rechteckiges Blech zur Mantelfläche zusammengebogen und entlang der Mantellinie zusammengelötet. Danach werden die kreisrunden Grund- und Deckflächen entlang des jeweiligen Kreisumfangs eingelötet.
- a) Wie muss die Dose dimensioniert sein (Radius R und Höhe H), damit die Gesamtlänge L der gelöteten Linien minimal ist ?
 - b) Wie muss die Dose dimensioniert sein (Radius R und Höhe H), damit die Oberfläche und damit der Blechverbrauch minimal ist ?
- 5.3 In eine Kugel mit dem Radius R soll ein Kreiszyylinder [Kreiskegel] einbeschrieben werden. Bestimmen Sie das Verhältnis von Grundkreisradius und Höhe, wenn das Volumen des Zylinders [Kegels] ein Maximum sein soll!
- 5.4 Ein Körper bestehe aus einem Zylinder mit Grundfläche (Radius R , Höhe H), auf dem als Deckfläche eine Halbkugel aufgesetzt ist. Man berechne für ein vorgegebenes Volumen $V = 1000\text{ cm}^3$ die Werte für R und H so, dass die Oberfläche des Körpers minimal wird!