

#### 4. Schwerpunkt: Komplexe Zahlen, Fundamentalsatz der Algebra

4.1 Man gebe die durch folgenden Ausdruck gegebene komplexe Zahl  $z$  in arithmetischer und exponentieller Form an!

$$\underline{z} = j + \frac{1+j}{3+j}$$

4.2 Berechnen sie die vierten Wurzeln von  $\underline{z} = -3 + 4j$

4.3 Berechnen Sie die Nullstellen folgender Polynome und geben Sie diese in der Produktform an: a)  $P(x) = x^4 - 5x^3 + 2x^2 + 22x - 20$

b)  $P(x) = x^5 - 8x^4 + 26x^3 - 44x^2 + 40x - 16$

4.4 Gegeben sind die Zahlen  $a = -3 + 4j$  und  $b = \sqrt{2}(\cos(45^\circ) + j \cdot \sin(45^\circ))$

a) Wandeln Sie  $a$  und  $b$  in die Exponentialform um !

b) Berechnen Sie den Wert von  $X$  ausführlich in der algebraischen Form

$$X = \frac{a}{b} + \frac{b+1}{a-1}$$

c) Berechnen Sie  $w$  aus  $w^3 = 8b$

d) Geben Sie das Polynom in der Produktform an:

$$P(x) = x^3 - 5x^2 + 17x - 13$$

4.5 Gegeben sind:  $a = 3 - 2j$  ;  $b = -2 + 5j$

a) Geben Sie  $a$  und  $b$  sowie die zu  $a$  und  $b$  konjugiert komplexen Zahlen in Exponentialform an  
(Ausführliche Berechnung von Betrag und Winkel!)

b) Berechnen Sie die Ausdrücke  $4a-b$  und  $a/b$  ! Geben Sie die Ergebnisse in algebraischer und exponentieller Form an!

c) Geben Sie die dritten Wurzeln von  $b$  in Exponentialform an und skizzieren Sie die Lösungen als Zeiger in der komplexen Zahlenebene

d) Für welche Zahl  $c$  gilt:  $4a - 3c = b$  ?

- e) Geben Sie ein Polynom 3. Grades für eine Variable  $z$  an, dessen Nullstellen  $z_1 = a$ ,  $z_2 = b$  und  $z_3 = 2$  sind !  
(Mit obigen Werten für  $a$  und  $b$  !)
- f) Berechnen Sie unten stehenden Ausdruck  $A$  und geben Sie das Ergebnis in algebraischer und exponentieller Form an:
- g) Für welche komplexe Zahl  $x$  ist die folgende Determinante  $D = 1$  ?  
Die Zahl  $x$  ist wiederum in Exponentialform und in algebraischer Form zu schreiben !

$$A = \frac{j + (2j - 6)(3 + 4j)}{j - 1}$$

$$D = \begin{vmatrix} j + 1 & 4 + 5j \\ x & j - 1 \end{vmatrix}$$

4.6 Geben Sie ein Polynom in Produkt- und Summenform mit den Nullstellen an:  
Nutzen Sie die binomischen Formeln auch für die komplexen Nullstellen aus.

- a)  $x_1 = 2$ ;  $x_2 = -2$ ;  $x_3 = 5$ ;  $x_4 = -5$
- b)  $x_1 = x_2 = x_3 = 2$
- c)  $x_1 = 2 + 3j$ ;  $x_2 = 2 - 3j$ ;  $x_3 = 0$
- d)  $x_1 = 3 + j$ ;  $x_2 = 3 - j$ ;  $x_3 = -1 + 2j$ ;  $x_4 = -1 - 2j$ ;

4.7 Bestimmen Sie die komplexen Zahlen  $z$  :

a)  $z = \frac{1 + 2j}{2 - j}$

b)  $z = (-2 + 2j)^{\frac{1}{3}}$

Angabe in algebraischer und exponentieller Form!