

1. Schwerpunkt: Matrizenrechnung

1.1 Untersuchen Sie, für welche Werte p die Matrix $C=A*B$ eine Inverse Matrix besitzt!

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 4 & p \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

1.2 Man gebe das Gleichungssystem

$$\begin{aligned} x + y &= a & \text{(I)} \\ x - y &= b & \text{(II)} \end{aligned}$$

in Matrixschreibweise mit einer Koeffizientenmatrix A an!
Man löse es mit dem Gauß-Algorithmus nach x und y auf und gebe das Ergebnis ebenfalls in Matrixschreibweise mit einer Koeffizientenmatrix B an!
Zeigen Sie, dass A und B zueinander inverse Matrizen sind!
Für welche Wahl der Konstanten a , b ist das gegebene Gleichungssystem eindeutig lösbar, unlösbar bzw. besitzt unendlich viel Lösungen?

1.3 Gegeben sind die Matrizen A , B , C mit :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ p & 2 & 3 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} p & 0 \\ 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 4 & -1 & -2 \\ p & 3 & 5 \\ -3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- Bestimmen Sie den Typ der Matrizen A , B , B^T und C !
- Berechnen Sie die Produkte AB und $B^T A^T$!
- Welche Matrix X erfüllt die Gleichung $2A + X = 4C$?

1.4. Stellen Sie die nachfolgende Matrixgleichung

$$\begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \end{pmatrix} \quad \text{nach dem Lösungsvektor } \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \text{ um}$$

und bestimmen Sie die Werte von a und b mit Hilfe der inversen Koeffizientenmatrix.

1.5 Gegeben ist ein lineares Gleichungssystem:

$$2x + 3y = -7 \quad (\text{I})$$

$$4x - y = 25 \quad (\text{II})$$

- a) Schreiben Sie dieses Gleichungssystem in Matrizenform.
- b) Stellen Sie die Matrixgleichung nach dem Spaltenvektor der gesuchten Variablen um, und bestimmen Sie die Werte von x und y mit Hilfe der inversen Matrix.

(Die inverse Matrix kann mit dem Gauss-Jordan-Verfahren oder auch über Adjunkten erfolgen - in jedem Fall ist ihre Berechnung ausführlich durchzuführen !)

1.6 Lösen Sie folgendes Gleichungssystem mit der inversen Matrix

$$x + 2y = 1 \quad (\text{I})$$

$$x - 3y + 4z = 3 \quad (\text{II})$$

$$x + y + z = 2 \quad (\text{III})$$

Die inverse Matrix ist ausführlich mit dem Gauss-Jordan-Verfahren zu berechnen !