

Lösungen Differenzialrechnung II

1. Untersuchen Sie das Krümmungsverhalten der Funktion $f(x) = \frac{1}{6}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 3$.

Lösungen:

$x < 1$ konvex; $x > 1$ konkav

2. Gegeben ist die Funktion $f(x) = \frac{1}{6}x^3 - \frac{1}{4}x^2 - 3x$

Untersuchen Sie die Funktion auf Achsenschnittpunkte, Symmetrie, lokale Extrema und Wendepunkte.

Bestimmen Sie das Krümmungsverhalten des Graphen und die Gleichung der Wendetangente.

Skizzieren Sie den Graphen im Bereich $[-4;5]$.

Lösungen:

$S_{x_1} (\approx 5,06 | 0)$; $S_{x_2} (0 | 0)$; $S_{x_3} (\approx -3,56 | 0)$;

keine Symmetrie zur y-Achse und zum Ursprung;

$H(-2 | \frac{11}{3})$; $TP(3 | -\frac{27}{4})$; $P(0 | 8)$;

$x < \frac{1}{2}$ konvex; $x > \frac{1}{2}$ konkav; $y = -\frac{25}{8}x + \frac{1}{48}$;

3. Welche Kurve der Schar $f_a(x) = x^3 - 3ax^2$ mit $a > 0$ besitzt eine Wendetangente, die durch den Punkt $P(0 | 8)$ geht?

Lösungen:

$a = 2 \rightarrow f_2(x) = x^3 - 6x^2$

4. Gegeben sei die Funktion $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$.

Führen Sie eine Kurvendiskussion durch (Definitionsbereich, Wertebereich, Asymptoten, Extrema, Wendepunkte, Graph im Intervall $[-2;3]$)

Lösungen:

DB: $x \in \mathbb{R}$; $x \neq 1$;

WB: $y \in \mathbb{R}$; $y \leq 0$; $y \geq 4$;

Asymptoten: $x = 0$; $y = x + 1$

HP(0|0); TP(2|4);

kein Wendepunkt