

Arithmetische Zahlenfolgen

Definition: Eine Zahlenfolge heißt arithmetische Zahlenfolge, wenn für jede natürliche Zahl $n \geq 1$ die Differenz zweier aufeinanderfolgender Glieder stets dieselbe reelle Zahl d ergibt.

Beispielaufgabe: Zwischen einem Gläubiger und seinem Schuldner wird ein Vertrag mit folgendem Inhalt abgeschlossen: Der Schuldner zahlt seine Schuld von 16.000 Euro in Monatsraten ab. Die erste Rate beträgt 1.125 Euro. Jede folgende Rate sei um 250 Euro höher als die vorherige. Wie viele Ratenzahlungen sind zu tätigen, bis die Schuld getilgt ist? Wie groß ist die letzte Rate?

Lösung:

$$\text{geg.: } a_1 = 1.125$$

$$d = 250$$

$$s_n = 16.000$$

$$\text{ges.: } n, a_n$$

$$\text{Lsg.: } s_n = \frac{n}{2} (2 a_1 + (n - 1) \cdot d)$$

$$16.000 = \frac{n}{2} (2 \cdot 1.125 + (n - 1) \cdot 250)$$

$$16.000 = \frac{n}{2} (2.250 + 250n - 250)$$

$$16.000 = 1.125n + 125n^2 - 125n$$

$$16.000 = 125n^2 + 1000n$$

$$0 = 125n^2 + 1000n - 16.000 \quad | \div 125$$

$$0 = n^2 + 8n - 128$$

$$\underline{n_1 = 8} \quad n_2 = -16 \text{ (nicht verwendbar)}$$

$$a_8 = a_1 + (n - 1) \cdot d$$

$$= 1.125 + (8 - 1) \cdot 250$$

$$= \underline{2.875 \text{ Euro}}$$